

攻击大机动目标的 L_2 RG 研究

吴进华¹, 童红俊², 李晓东³

(1. 海军航空工程学院控制工程系, 山东烟台, 264001; 2. 91458 部队, 海南三亚, 572000;
3. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东烟台, 264001)

摘要: 针对目标作大机动时的导引问题, 提出了一种类似 Lyapunov 法得出的 L_2 增益性能指标的鲁棒导引律 (L_2 RG), 并运用遗传算法对其中的参数进行了优化。此导引律设计简单, 避免了 H_∞ 制导律中求 Hamilton-Jacobi 偏微分不等式的解析解。通过仿真结果比较, 验证了此导引律可以在相同时间内明显地减少追踪者的脱靶量。

关键词: L_2 RG; 遗传算法; H_∞ 制导律; 比例导引

中图分类号: TJ 765.2⁺2

文献标识码: A

现代战争对导弹的机动性、快速性及准确性的要求越来越高, 对其导引律设计也提出了更高的要求。传统的比例导引律中, 导弹的指令加速度作用在视线的垂直方向上, 指令加速度的幅值正比于导弹和目标之间的视线旋转角速度。因此, 在目标不做机动时, 比例导引律具有非常好的导引性能^[1], 但在目标做机动时, 比例导引的性能大大下降, 末端指令加速度过大, 并且视线加速度有发散现象^[2]。为克服传统方法的局限性, 基于最优控制理论的最优导引律受到了普遍的重视。以目标—导弹相对距离、相对速度和目标加速度等信息为状态变量而得出的线性二次型最优制导规律, 理论上可以实现零脱靶量。但是这种导引律需要准确测量或估计相对距离、相对速度和目标加速度等信息。而目标的加速度信息是无法测量的, 只能估计得到。因此, 最优导引律的设计一般是在目标加速度模型假设为已知或线性的随机过程的基础上得到的, 存在着很大的估计误差^[3]。为了对付制导参数的不确定性和外部干扰, 即目标机动, 近年来, 出现的滑模控制、 H_∞ 控制等理论工具设计鲁棒导引律受到了很大的关注。但 H_∞ 制导律的 L_2 增益性能指标中包含导弹控制量, 在视线角速率指标与导弹加速度指标之间寻求平衡, 但这样容易使终端性能受到影响。并且实现非线性 H_∞ 制导律, 导弹的纵向速度必须可以控制, 而这一要求在许多实战条件下是不能得到满足的^[4], 且在求得 H_∞ 制导律过程中解 Hamilton-Jacobi

偏微分不等式的解析解是很困难的^[5-7]。针对 H_∞ 制导律出现的缺陷, 本文设计出了具有较强鲁棒性的 L_2 RG, 并运用遗传算法对其中的参数进行了优化, 避免了抖动。

1 L_2 RG 理论依据

在平面拦截问题中, 目标—导弹相对运动包括径向运动和视线旋转运动, 若同时控制这两种运动, 则控制系统模型是一种非线性运动学模型。但实际上径向运动的控制问题是比较简单的, 它的任务只是保证实现稳定的情况下, 目标和导弹之间有比较充分的相对接近速度, 而具体为多大则并不重要。事实上, 在导弹的末制导段, 径向运动往往是不控制的。我们关心的主要是相互接近过程中, 视线旋转运动能否稳定下来, 因为根据平行接近原理, 只要两个质点在相互接近的过程中相对视线角速率为零, 那么这两个质点就能够相遇。假设初始发射条件或导弹与目标速度之比可保证视线不发散的条件, 那么接下来的任务就是如何稳定视线, 而视线运动只需要用一个二阶线性时变微分方程来描述。针对这种线性时变系统, 制导律的设计问题可以归结为一种干扰抑制 L_2 增益控制问题, 其中目标加速度被视为不可预测的有界干扰。^[8]

2 导弹 L_2 RG 设计

首先建立导弹与目标运动关系图, 设把导弹 M、

目标 T 看成质点, 它们在同一固定平面 xoy 内运动, 如图 1 所示。

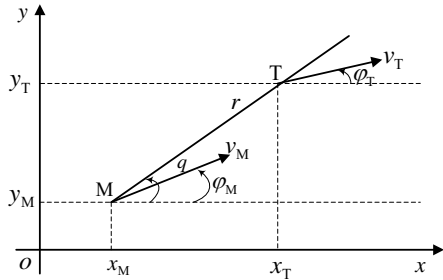


图 1 攻击模型图

图 1 中, v_T 、 v_M 分别表示目标、追踪导弹速度; φ_T 、 φ_M 表示目标、追踪导弹的航向角; q 表示目标与追踪导弹之间的视线角; r 表示弹目之间的距离。

导弹与目标之间相对运动方程可以表示为:

$$\dot{r} = v_T \cos(q - \varphi_T) - v_M \cos(q - \varphi_M); \quad (1)$$

$$r\dot{q} = -v_T \sin(q - \varphi_T) + v_M \sin(q - \varphi_M)。 \quad (2)$$

对式(1)、(2)两边相对于时间求一阶导数, 可得:

$$\ddot{r} = \dot{q}[-v_T \sin(q - \varphi_T) + v_M \sin(q - \varphi_M)] + [\dot{v}_T \cos(q - \varphi_T) + v_T \dot{\varphi}_T \sin(q - \varphi_T)] - [\dot{v}_M \cos(q - \varphi_M) + v_M \dot{\varphi}_M \sin(q - \varphi_M)], \quad (3)$$

$$(r\dot{q})' = -\dot{q}[v_T \cos(q - \varphi_T) - v_M \cos(q - \varphi_M)] + [v_T \dot{\varphi}_T \cos(q - \varphi_T) - \dot{v}_T \sin(q - \varphi_T)] - [v_M \dot{\varphi}_M \cos(q - \varphi_M) - \dot{v}_M \sin(q - \varphi_M)]。 \quad (4)$$

令

$$w_r = \dot{v}_T \cos(q - \varphi_T) + v_T \dot{\varphi}_T \sin(q - \varphi_T); \quad (5)$$

$$u_r = \dot{v}_M \cos(q - \varphi_M) + v_M \dot{\varphi}_M \sin(q - \varphi_M); \quad (6)$$

$$w_q = v_T \dot{\varphi}_T \cos(q - \varphi_T) - \dot{v}_T \sin(q - \varphi_T); \quad (7)$$

$$u_q = v_M \dot{\varphi}_M \cos(q - \varphi_M) - \dot{v}_M \sin(q - \varphi_M)。 \quad (8)$$

显然, w_r 、 u_r 分别是目标加速度和导弹加速度在视线方向上的分量; w_q 、 u_q 则分别是目标加速度、导弹加速度在视线法向上的分量。

把式(5)~(8)代入式(3)、(4), 并运用式(1)、(2), 得到:

$$\ddot{r} = \frac{(r\dot{q})^2}{r} + w_r - u_r; \quad (9)$$

$$(r\dot{q})' = -\frac{(\dot{r}r\dot{q})}{r} + w_q - u_q。 \quad (10)$$

由式(10)可得:

$$\ddot{q} = -\frac{2\dot{r}}{r}\dot{q} + \frac{1}{r}w_q - \frac{1}{r}u_q。 \quad (11)$$

取状态变量 $x = \dot{q}$, 则式(11)可以化成一个一阶

线性时变微分方程:

$$\dot{x} = -\frac{2\dot{r}}{r}x - \frac{1}{r}u_q + \frac{1}{r}w_q。 \quad (12)$$

$$\text{令: } a(x,t) = -\frac{2\dot{r}}{r}, \quad b(x,t) = \frac{1}{r}。$$

我们知道设计制导律的关键在于确定合适的 u_q 使得视线角速率 \dot{q} 趋于零。式(12)中 u_q 是控制变量, w_q 是干扰。事实上, x 对参数 $a(x,t)$ 和 $b(x,t)$ 的影响远远小于导弹速度、目标速度等因素对它们的影响, 因此在滑模变结构导引律中忽略了这种影响, 而认为 $a(x,t)$ 和 $b(x,t)$ 是与系统状态 x 无关的时变参数。在推导下面的基于 L_2 增益性能的鲁棒制导律时则无须这种近似。

令:

$$a(x,t) = a_0(x,t) + \Delta a(x,t), \quad b(x,t) = b_0(x,t) + \Delta b(x,t),$$

式中: $a_0(x,t) = -\frac{2\dot{r}_0}{r_0} > 0$, $b_0(x,t) = \frac{1}{r_0} > 0$ 是标称参数。

在实际应用中, r_0 和 \dot{r}_0 分别是相对距离和相对速度的估计值或测量值, r 和 \dot{r} 则分别是相对距离和相对速度的真实值。这样式(12)可以写作

$$\dot{x} = a_0(x,t)x - b_0(x,t)u_q + \Delta(x,t) + b_0(x,t)w_q, \quad (13)$$

式中: $\Delta(x,t) = \Delta a(x,t)x + \Delta b(x,t)(w_q - u_q)$ 。

为了设计制导律, 需要作下面两种假设:

假设 1: 存在正有界函数 $\rho(x,t)$, 对 $\forall x, \forall t$ 使得 $|\Delta(x,t)| \leq \rho(x,t)$ 。

假设 2: 目标加速度界限未知, 但对任意给定的时刻 $t_f > 0$, 存在 $\int_0^{t_f} w^2 dt < \infty$, 即 $w \in L_2[0, t_f]$ 。

所谓鲁棒 L_2 增益性能设计问题就是对任意给定的 $\varepsilon > 0$, 存在一个平滑映射 $v = c(x,t)$, 使得:

对任意 $\Delta(x,t)$, ① 当 $w = 0$, $x(t) \rightarrow 0$; ②

$$\int_0^{t_f} z^2(t) dt \leq \varepsilon^2 \int_0^{t_f} w^2(t) dt + Q(x_0, t_f), \quad \forall w。 \text{ 其中, } z(t)$$

是由 $z(t) = r(t)x(t)$ 所给出的罚函数, $r(t) \geq 0$, 而 $Q(x_0, t_f)$ 是关于初始状态 x_0 和终端时间 t_f 的正函数。为了设计满足 L_2 增益性能指标的鲁棒导引律 (L_2RG), 令

$$u_q = \frac{a_0(t)}{b_0(t)}x - v。 \quad (14)$$

将式(14)代入式(13), 得:

$$\dot{x} = b_0(x,t)(w_q + v) + \Delta(x,t), \quad (15)$$

式(15)中, v 是待定的辅助信号。

选择 Lyapunov 函数 $V = x^2/2$ 并对 V 关于时间进行微分, 得到

$$\dot{V} = b_0(x,t)xv + \frac{b_0^2(x,t)}{2\varepsilon^2}x^2 + \frac{\varepsilon^2}{2}w^2 - \frac{1}{2}\left[\frac{b_0(x,t)}{\varepsilon}x - \varepsilon w\right]^2 + \Delta(x,t)x, \quad (16)$$

式中： $\varepsilon = \text{const} > 0$ 。

定义加权输出信号为 $z = R(t)x$ ，其中 $R(t) > 0$ ，式(16)可以写作：

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}R^2(t)x^2 + b_0(x,t)xv + \frac{b_0^2(x,t)}{2\varepsilon^2}x^2 + \\ & \frac{\varepsilon^2}{2}w^2 - \frac{1}{2}\left[\frac{b_0(x,t)}{\varepsilon}x - \varepsilon w\right]^2 + \Delta(x,t)x \leq \\ & -\frac{1}{2}k_1x^2 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{\varepsilon^2}{2}w^2 + \\ & x\left[\frac{R^2(t)}{2}x + \frac{k_1}{2}x + b_0(x,t)v + \frac{b_0^2(x,t)}{2\varepsilon^2}x\right] + \Delta(x,t)x, \end{aligned} \quad (17)$$

式中， $k_1 = \text{const} \geq 0$ 。

因为假设 1，由不等式(17)可以推出：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2}k_1x^2 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{\varepsilon^2}{2}w^2 + \\ & x\left[\frac{R^2(t)}{2}x + \frac{k_1}{2}x + b_0(x,t)v + \frac{b_0^2(x,t)}{2\varepsilon^2}x\right] + |x|\rho(x,t). \end{aligned} \quad (18)$$

令

$$v = -\frac{1}{b_0(x,t)}\left[\frac{R^2(t)}{2}x + \frac{k_1}{2}x + \frac{b_0^2(x,t)}{2\varepsilon^2}x\right] - \frac{x\rho^2(x,t)}{b_0(x,t)[|x|\rho(x,t) + \varepsilon_0e^{-\beta t}]}, \quad (19)$$

式(19)中， $\varepsilon_0 = \text{const} \geq 0$ ， $\beta = \text{const} \geq 0$ ，进一步又导出

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}k_1x^2 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{\varepsilon^2}{2}w^2 + \varepsilon_0e^{-\beta t}. \quad (20)$$

当 $w = 0$ 时，由不等式(20)推出：

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}k_1x^2 + \varepsilon_0e^{-\beta t}. \quad (21)$$

它意味着当 $t \rightarrow \infty$ 时， $x \rightarrow 0$ ；当 $w \neq 0$ 时，由不等式(20)导出

$$\frac{1}{2}z^2 + \dot{V} \leq \frac{\varepsilon^2}{2}w^2 + \varepsilon_0e^{-\beta t}. \quad (22)$$

式(22)中不等号两侧对 $t \in [0, t_f]$ 进行积分后，有

$$\frac{1}{2}\int_0^{t_f} z^2 dt + \int_0^{t_f} \dot{V} dt \leq \frac{\varepsilon^2}{2}\int_0^{t_f} w^2 dt + \int_0^{t_f} \varepsilon_0e^{-\beta t} dt,$$

$$\int_0^{t_f} z^2 dt + 2V(t_f) - 2V(0) \leq \varepsilon^2\int_0^{t_f} w^2 dt + 2\int_0^{t_f} \varepsilon_0e^{-\beta t} dt.$$

由 V 的定义，我们得到

$$\int_0^{t_f} z^2 dt \leq \varepsilon^2\int_0^{t_f} w^2 dt + Q(x_0). \quad (23)$$

式(23)中， $Q(x_0) = x_0^2 + 2\int_0^{t_f} \varepsilon_0e^{-\beta t} dt \geq 0$ ，这里 t_f 为末制导结束时刻。不等式(23)就是制导律所满足的 L₂ 增益性能指标，它意味着在任何有界的制导参数摄动下，加权视线角速率被约束在一个期望的界限内，从而使得系统动态和末端性能得到满足。只要恰当地选取加权函数 $r(t)$ 和因子 ε ， x 的末端幅值就足够小，制导精度就可以得到保证。

把式(19)代入式(14)并考虑 $a_0 = -\frac{2\dot{r}_0}{r_0}$ 和 $b_0 = \frac{1}{r_0}$

得到制导律的表达式：

$$u_q = \left[-2\dot{r}_0 + \frac{R^2(t)}{2}r_0 + \frac{k_1}{2}r_0 + \frac{1}{2\varepsilon^2r_0}\right]x + \frac{r_0x\rho^2}{|x|\rho + \varepsilon_0e^{-\beta t}}. \quad (24)$$

令 $R(t) = \sqrt{-k_2\dot{r}_0/r_0}$ ，其中 $k_2 = \text{const} > 0$ ，得到

$$u_q = \left[\left(-2 - \frac{k_2}{2}\right)\dot{r}_0 + \frac{k_1}{2}r_0 + \frac{1}{2\varepsilon^2r_0}\right]x + \frac{r_0x\rho^2}{|x|\rho + \varepsilon_0e^{-\beta t}}. \quad (25)$$

由式(25)可得：

$$u_q = \left[\left(-2 - \frac{k_2}{2}\right)\dot{r}_0 + \frac{k_1}{2}r_0 + \frac{1}{2\varepsilon^2r_0}\right]x + \frac{r_0x\rho}{|x| + (\varepsilon_0e^{-\beta t}/\rho)}. \quad (26)$$

3 参数优化

式(26)中最后一项近似于滑模控制器中的开关函数，实际上参数 $\varepsilon_0e^{-\beta t}\rho^{-1}$ 只是一个为光滑处理开关函数而设置的小正数，它的取值完全依赖于参数 ρ 的大小。于是，接下来主要工作就是要确定出导引规则中的参数 ρ 的具体值。

对于 L₂RG 来说，寻找 ρ 最优值问题实际上是一个非线性多目标全局优化问题。为此，我们决定采用遗传算法 (Genetic Algorithms, GA) 来确定 ρ 的具体值。GA 基于自然界的适者生存和基因遗传学原理，通过模拟生物在自然环境中遗传和进化过程，形成以复制、遗传、变异为基本原则的优化方法，是目前对复杂工程问题较为适用的一种优化方法^[9]。

3.1 遗传编码的选择

编码是应用遗传算法时首先要解决的问题，是遗传算法的关键步骤之一。它除了决定个体的染色

体排列形式外，还决定了个体从搜索空间的基因型变换到解空间的表现型的解码方法。综合对比了二进制编码、格雷码编码、浮点数编码等多种编码方法之后，我们选用了在编解码、交叉和变异等遗传运算中都便于实现的二进制编码方法。

在充分考虑参数 ρ 的精度对导引效果影响的基础上，确定编码长度为 8；即将每条规则中的 ρ 的值离散为定义域内间隔均等的 255 个值，与此相应的解码公式为： $\rho = (b - a) / 255 + a$ ，其中 a 、 b 分别为 ρ 取值的上下限。为了能较为精确地找出 ρ 的最优值，每条规则中 ρ 的上下限各不相同。

3.2 优化步骤及运行参数的选择

ρ 的取值不仅受我方导弹对于导引时间、油耗等方面要求的制约，还受导引距离、目标运动形式及其横向加速度等因素的影响。因此，即使针对同一条导引规则，也只有确定目标运动形式的情况下 ρ 才存在最优解；为此，我们假设目标做蛇行机动，然后通过 Matlab 仿真确定规则中的 ρ 上下限，最后用遗传算法对每条规则中的 ρ 分别进行优化。

经过大量的程序运行试验，确定遗传算法的运行参数为：初始群体规模为 40，终止代数 100，交叉概率为 0.8，变异概率为 0.01。

遗传算法优化导引参数的程序用 Pascal 语言描述如下：

```
function 导弹导引仿真
begin
  将个体编码转化为导引参数  $\rho$ ；
  求解我方导弹与目标的相对运动方程；
end；
主程序：
begin
  初始化种群；
  遗传代数 := 1；
  while 遗传代数 <= 100 do
    begin
      for i:=1 to M do
        begin
          function 导弹导引仿真；
          计算个体适应度；
        end；
        找出具有最佳适应度的个体作为参数  $\rho$  的当前值；
```

```
选择操作；
交叉操作；
变异操作[4, 5]；
遗传代数增 1；
end；
end
```

程序中选择操作的主要目的是为了 避免基因缺失、提高全局收敛性和计算效率。我们选用的是比例选择方法，其基本思想为：各个体被选中的概率与其适应度大小成正比。设群体大小为 M ，个体 i 的适应度为 F_i ，则个体 i 被选中的概率为：

$$P_i = F_i / \sum_{i=1}^M F_i \quad (i = 1, 2, \dots, M)$$

交叉运算是指对两个相互配对的染色体按某种方式相互交换其部分基因，从而形成两个新的个体。交叉运算是遗传算法区别于其他进化算法的重要特征，它在遗传算法中起着关键作用。交叉操作是产生新个体的主要方法，我们采取最常用的单点交叉算子。变异操作是产生新的个体的辅助方法，但它却决定了遗传算法的局部搜索能力，因此必不可少，我们采用最简单的基本位变异算子。

4 仿真研究

假设目标 T 作蛇行机动，运动轨迹如图 2 所示，其初始位置和运动参数分别为： $x_{T0} = 8000 \text{ m}$ ， $y_{T0} = 2050 \text{ m}$ ， $A_T = 386 \text{ m/s}$ ， $\omega_T = 0.9428 \text{ rad/s}$ ， $n_T = 35$ ， $v_{Tx} = 400 \text{ m/s}$ ， $v_{Ty0} = -363.8 \text{ m/s}$ ， $\varphi_{T0} = 0.05 \text{ rad}$ 。

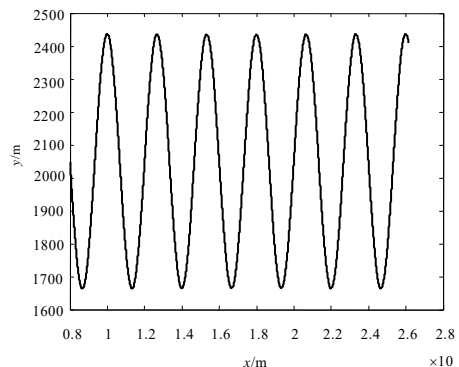


图 2 目标 T 作蛇行机动的运动轨迹

若追踪导弹 M 仅采用比例导引律，且导弹 M 初始位置和运动参数分别为： $x_{M0} = 1000 \text{ m}$ ， $y_{M0} = 50 \text{ m}$ ， $v_M = 1000 \text{ m/s}$ ，比例导引系数为 4。经仿真，其脱靶量变化曲线如图 3 所示。

若导弹 M 采用本文提出 L₂RG, 且导弹初始条件相同的情况下, 选定系数 $k_1 = 8$, $k_2 = 4$, $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon_0 = 10^{-3}$, $\beta = 0.1$ 。经仿真, 其脱靶量变化如图 4 所示。

通过仿真结果对比可以看出: 采用相同的仿真时间 $t = 12.34$ s 时, 在图 3 最终脱靶量为: $\text{miss} = 119.5$ m; 在图 4 最终脱靶量为: $\text{miss} = 0$ m, 从而说明采用本文提出的 L₂RG 能够准确地击中做大机动的目标。

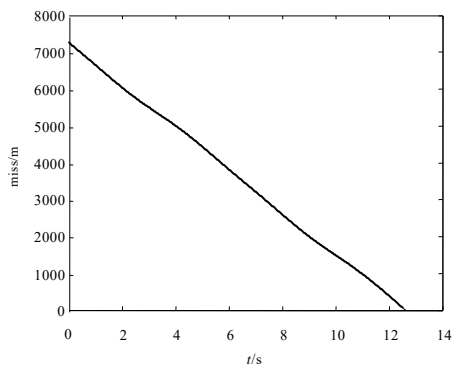


图 3 $\text{miss} = 119.5$ m 时脱靶量变化图

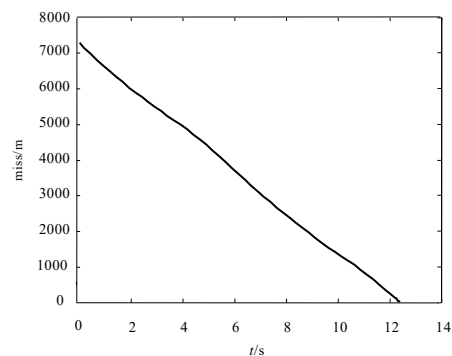


图 4 $\text{miss} = 0$ m 时脱靶量变化图

5 结束语

针对 H_∞制导律的缺陷, 本文提出了一种具有很好鲁棒性的 L₂RG, 并基于遗传算法对其中的参数

进行了优化设计。通过仿真比较验证了: 在相同时间内 L₂RG 的脱靶量明显小于比例导引, 且弹道平滑, 结构简单, 易于工程实现。

参考文献:

- [1] 聂永芳, 周卿吉, 张涛. 制导规律研究现状及展望[J]. 飞行力学, 2001, 19(3): 8-12
- [2] Yang C D, Yang C C. A Unified Approach to Proportional Navigation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(2): 557-567
- [3] 欧建军, 张斌, 寇英信. 寻的导弹导引规律研究[J]. 电光与控制, 2005, 12(2): 31-33
- [4] 李新国, 毛承元, 陈红英. H_∞制导律统计性能分析[J]. 西北工业大学学报, 2004, 22(1): 22-23
- [5] Yang C D, Chen H Y. Nonlinear H_∞ Robust Guidance Law for Homing Missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(6): 882-890
- [6] Yang C D, Chen H Y. H_∞ Guidance Law with Maneuvering Targets[J]. Journal of Control Systems and Technology 1998, 6(3): 205-214
- [7] Chen H Y, Yang C D. Three-Dimensional Nonlinear H_∞ Guidance Law with Maneuvering Targets[C]// Proceedings of the 14th Triennial World Congress, Beijing, 1999: 417-422
- [8] 周荻. 寻的导弹新型导引规律[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002
- [9] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989

Research on L₂RG law against big maneuvering target

WU Jinhua¹, TONG Hongjun², LI Xiaodong³

(1. Department of Control Engineering, NAEI, Yantai, Shandong, 264001; 2. The 91458th Unit of PLA, Sanya, Hainan, 572000; 3. Graduate Students' Brigade of NAEI, Yantai, Shandong, 264001)

Abstract: To solve the problem of intercepting big maneuvering target, L₂ robust guidance (L₂RG) law is proposed, which is similar to Lyapunov theory. The parameter of L₂RG is optimized using genetic algorithm. Certainly, the guidance law is simple and avoids solving Hamilton-Jacobi partial differential inequation in H_∞ guidance law. The simulation results show that the missile can effectively intercept the target in the same time.

Key words: L₂RG; genetic algorithm; H_∞ guidance law; proportional navigation