第 23 卷 第 6 期
2008 年 11 月

海 军 航 空 工 程 学 院 学 报
Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University

Vol. 23 No.6
Nov. 2008

文章编号：1673–1522（2008）06-0623–03

一种指数平方下滑规律

张友安[a]，雷 丹[b]，施建洪[a]

（海军航空工程学院 a．控制工程系；b．研究生管理大队，山东 烟台 264001）

摘 要：针对现有下滑规律的不足，考虑水平发射和非水平发射两种情况，根据高斯曲线分别设计了一种指数平方下滑规律。仿真结果表明了所设计下滑规律的正确性和有效性。

关键词：下滑规律；指数平方；纵向过载

中图分类号：TJ765.2 文献标志码：A

0 引言

空射导弹在发射之后，首先需要根据下滑规律平稳降高，再转入中制导段。下滑规律的设计受到导弹过载、垂直速度以及下滑段水平飞行距离等限制，以往的下滑规律主要有俯仰角程序下滑[1]、指数规律下滑、分段等速下滑[2]。指数规律的不足之处在于下滑时弹道比较陡，纵向速度很容易超过允许值，对此，文献[3]提出分段等速下滑规律，这种规律虽然纵向速度满足设计要求，但在工程中却不易实现。为克服现有下滑规律的缺点，本文根据高斯曲线[4]设计一种新的下滑规律—— 指数平方下滑规律，使下滑弹道平缓，适用于不同初始条件（包括发射角度、高度和速度）下的发射。

1 下滑规律设计

根据载机的作战使用要求，导弹发射高度的范围可能很大，一般为几百米至几千米。无论载机在几百米还是几千米的高度发射，良好的下滑规律应该能使导弹迅速、平滑、无超调地过渡到低空平飞段，保证弹道法向过载不超过允许值，下滑时间较短，或者说下滑距离不大。本文首先考虑导弹在水平发射情况下的下滑规律设计，然后再考虑非水平发射情况下的下滑规律设计。

1.1 水平发射

当导弹完全水平发射时，可以用方程(1)来描述

收稿日期：2008-06-30
基金项目：总装备部武器装备重点创新基金项目（6140511）
作者简介：张友安（1963–），男，教授，博导，博士。

下滑弹道曲线，如图 1 所示。

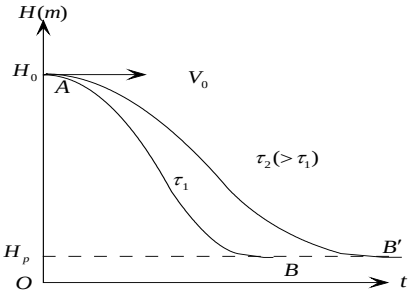


图 1　水平发射时下滑弹道示意图

$$H=\Delta H\times \mathrm{e}^{-t^2/\tau}+H_{\mathrm{p}}\ , \tag{1}$$

式中：$\Delta H=H_0-H_{\mathrm{p}}$，$H_0$为发射高度；$H_{\mathrm{p}}$为导弹的平飞高度；$\tau$为确定曲线形状的参数。

这种曲线在数学上称为高斯概率曲线。τ是一个常数，它的大小决定了曲线的曲率：τ越大，则曲线变化越平缓，导弹下滑越慢；反之，τ越小，则曲线变化越剧烈，导弹下滑越快。τ的值应根据允许过载选取。

对式(1)微分，得到

$$\dot{H}=\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}=-2\Delta H\times\left(\frac{t}{\tau}\right)\times \mathrm{e}^{-t^2/\tau}\ , \tag{2}$$

$$\ddot{H}=\frac{\mathrm{d}\dot{H}}{\mathrm{d}t}=\frac{-2\Delta H}{\tau}\times \mathrm{e}^{-t^2/\tau}\times\left(1-\frac{2t^2}{\tau}\right)。 \tag{3}$$

再对式(3)微分，可以求出$\ddot{H}$的极值。

令$\frac{\mathrm{d}\ddot{H}}{\mathrm{d}t}=0$，解得

$$\begin{cases}t_1=0\\ t_2=\sqrt{3\tau/2}\end{cases}。 \tag{4}$$

将t_1、t_2分别代入式(3)有

$$\begin{cases}\ddot{H}_1=\ddot{H}(t_1)=-\dfrac{2\Delta H}{\tau}, & t=t_1\\ \ddot{H}_2=\ddot{H}(t_2)=\dfrac{0.8925\Delta H}{\tau}, & t=t_2\end{cases}。 \tag{5}$$

从上可以看出，在$t=t_1=0$和$t=t_2=\sqrt{3\tau/2}$两点，$\ddot{H}$取极值，也即垂直方向过载取极值。需要特别指出的是，这里曲线上的垂直方向过载是指包括导弹重力在内的总过载。比较$\ddot{H}_1$和$\ddot{H}_2$可知，水平发射时，在$t=t_1=0$点垂直过载最大，根据最大垂直过载限制就可以选择常数τ。假设导弹最大垂直过载为$N_{\max}$（包含导弹重力），则由

$$\left|\ddot{H}_1\right|=\left|-\frac{2\Delta H}{\tau}\right|\le N_{\max}\ ,$$

可得

$$\tau\ge\frac{2\Delta H}{N_{\max}}。 \tag{6}$$

实际应用中可取$\tau=\frac{2\Delta H}{N_{\max}}$，这是在$t_1$点垂直过载为$N_{\max}$时$\tau$的取值。

实际上，对应于不同的发射高度和平飞高度，τ的取值可以根据实际需要进行选择。τ选定以后，相应的下滑规律便确定了。按照这种下滑规律飞行，就能保证导弹从发射点平滑地过渡到平飞段。

1.2 非水平发射

导弹非水平发射时，存在一定发射倾角θ_0，导弹降高到平飞高度后要求速度转到水平方向上。下面对 1.1 节所设计的下滑规律进行推广，使其能够满足不同的初始发射条件。

如图 2 所示，以发射点A在地面的垂直投影O为原点，在纵向平面内建立坐标系。

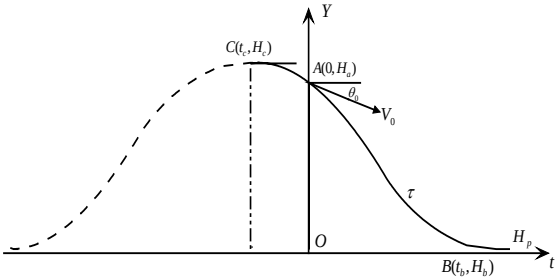


图 2　任意角度发射下滑示意图

可以看出，一条任意的概率曲线是由曲线的顶点 C 的坐标、H_{p} 以及 τ 具体确定的。通常 H_{p} 是已知的，因此我们只需要根据发射条件求出这个顶点坐标，然后确定合适的 τ，就可以求出一条满足导弹性能要求的下滑曲线。下面根据导弹发射初始条件（包括初始高度和发射弹道倾角）来解算出曲线顶点坐标。

如图 2，假设发射高度为 H_{a}，平飞高度为 H_{p}，发射点 A 的坐标为 $(0,H_a)$，初始发射角为 $\theta_0<0$，初始发射速度为 v_0，函数曲线的顶点为 $C(t_c,H_c)$。

经过 A 点的下滑曲线可以表示为

$$H=(H_c-H_{\mathrm{p}})\times \mathrm{e}^{-(t-t_c)^2/\tau}+H_{\mathrm{p}}。\tag{7}$$

对式(7)微分，可得

$$\dot{H}=-2(H_c-H_{\mathrm{p}})\times\left(\frac{t-t_c}{\tau}\right)\times \mathrm{e}^{-(t-t_c)^2/\tau}。\tag{8}$$

将 A 点的位置参数带入式(7)和式(8)，有

$$H_{\mathrm{a}}-H_{\mathrm{p}}=(H_c-H_{\mathrm{p}})\times \mathrm{e}^{-t_c^2/\tau},\tag{9}$$

$$\tan\theta_0\times v_0=2(H_c-H_{\mathrm{p}})\times\frac{t_c}{\tau}\times \mathrm{e}^{-t_c^2/\tau}。\tag{10}$$

由式(9)和式(10)可以解出

$$H_c=(H_{\mathrm{a}}-H_{\mathrm{p}})\mathrm{e}^{\tau\left(\frac{\tan\theta_0\times v_0}{2(H_{\mathrm{a}}-H_{\mathrm{p}})}\right)^2}+H_{\mathrm{p}},\tag{11}$$

$$t_c=\frac{\tan\theta_0\times v_0}{2(H_{\mathrm{a}}-H_{\mathrm{p}})}\tau。\tag{12}$$

式(11)和式(12)即为曲线的顶点坐标。将式(11)和式(12)代入式(7)，即得根据发射点参数和 τ 变量所确定的下滑曲线簇。与 1.1 节一样，根据导弹最大过载限制就可以确定出 τ，从而得到满足一定要求的下滑规律。需要注意的是，在正倾角发射时，过载的极值点位于曲线顶点，而在负倾角发射时，过载的极值点位于发射点。

从图 1 可以看出，曲线无限趋近于 H_{p} 需要无穷大的时间，这是不现实的。因此，实际应用时可以设定，当 $H=H_{\mathrm{p}}+\lambda$（λ 是一个较小的正数）时，导弹即从降高段控制切换为平飞段控制，使导弹飞行高度稳定在 H_{p}。

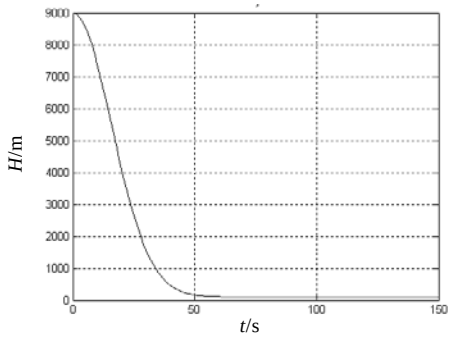
2 仿真结果

本节给出两组不同初始条件情况下的仿真结果。根据某型导弹的过载限制，仿真中取 $\tau=3000$。

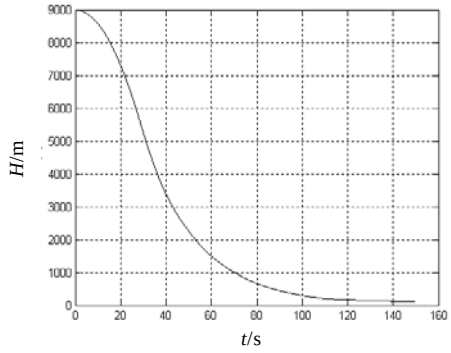
情况 1：$H_{\mathrm{a}}=9\ 000$ m，$v_0=273$ m/s，$H_{\mathrm{p}}=150$ m，$\theta_0=0$。仿真结果如图 3 所示，注意图中的实际纵向过载[5]已不包括导弹的重力加速度。

情况 2：$H_{\mathrm{a}}=9\,000$ m，$v_0=273$ m/s，$H_{\mathrm{p}}=150$ m，$\theta_0=-10°$（即纵向初始速度为−48 m/s）。仿真结果如图 4 所示。

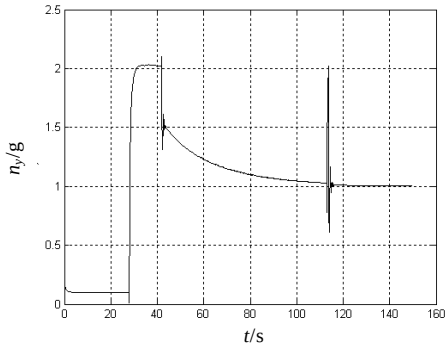
从仿真结果可以看出，不管导弹是水平发射还是带有一定倾角情况下的发射，导弹都能顺利转入平飞状态，并且下滑弹道平滑。



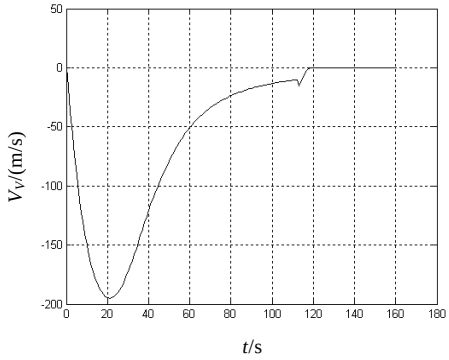
a）理论下滑曲线



b) 实际下滑曲线

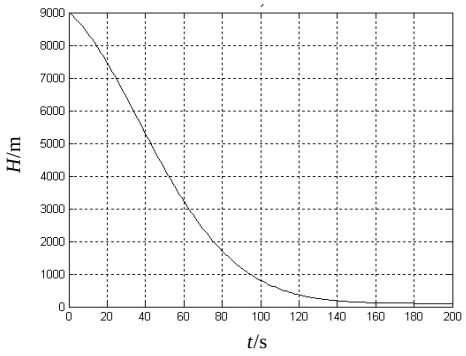


c) 实际纵向过载曲线

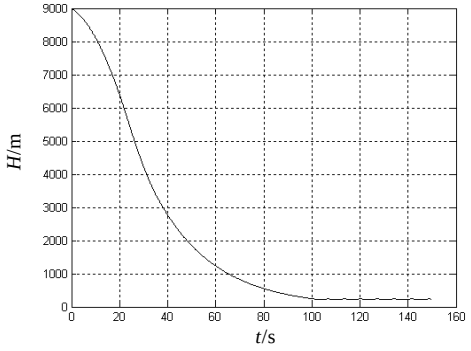


d) 实际纵向速度曲线

图 3　情况 1 下的仿真结果



a) 理论下滑曲线



b) 实际下滑曲线

图 4　情况 2 下的仿真结果

3 结论

针对现有下滑规律存在的问题，本文设计了一种新的空面导弹指数平方下滑规律，使导弹能够在不同初始发射条件下都能按要求下滑并顺利转入平飞段。本方法的优点在于，可以根据不同的参数值 τ 来选择不同的下滑曲线，以满足不同的设计要求。仿真结果表明了该方法的正确性和有效性。

参考文献：

[1] 曾颖超，陆毓锋. 战术导弹弹道与姿态动力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995.

[2] 张友安，张友根，邓以高. 空射倾斜转弯导弹制导控制系统设计[J]. 海军航空工程学院学报，2005,20(3): 349-352.

[3] 张友根. 远程飞航导弹组合制导与过载控制[D]. 烟台: 海军航空工程学院, 2005:8-16.

[4] 张友安，胡云安. 导弹控制和制导的非线性设计方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.

[5] 王宏然，程继红，张友安. 采用智能阻尼的飞航导弹过载控制[J]. 海军航空工程学院学报，2006,21(2): 231-233.

(下转第 632 页)

An Exponent Square Law for Height Descending

ZHANG You-an[a]，LEI Dan[b]，SHI Jian-hong[a]

（Naval Aeronautical and Astronautical University a. Department of Control Engineering；
b. Graduate Students' Brigade，Yantai Shandong 264001，China）

Abstract: Aiming at the shortage of the height descending laws existed in the literature, according to the probability curve, and considering two cases: level launching and non-level launching, an exponent square law for height descending was designed respectively. Simulation results were given to illustrate the rightness and effectiveness of the proposed descending law.

Key words: height descending; exponent square law; probability curve; vertical overload