

文章编号: 1673-1522 (2009) 03-0277-03

基于互相关的正弦信号特征提取方法

王俊刚, 杨 号

(海军驻阎良地区航空军事代表室, 西安 710089)

摘要: 文章介绍了基于互相关的正弦信号参数特征提取方法, 该方法用于从受污染信号中提取特定频率正弦信号的幅值和相位信息。文中给出了算法的详细原理和该算法噪声影响抑制能力的详细分析及仿真结果。

关键词: 互相关; 正弦信号; 幅值; 相位

中图分类号: TN911.4

文献标志码: A

正弦信号特征提取是工程中较为常见的问题, 如系统调试中的经典系统频响辨识。工程中的信号大部分被噪声污染, 有时甚至被强烈污染, 因此要求这类方法能够很好地抑制噪声的影响。本文给出了一个完整的、基于互相关的正弦信号幅值、相位提取方法, 该方法具有计算精度高、噪声抑制能力强等特点, 适合在工程条件下使用。

1 待测信号的数学描述

实际系统的采样信号, 大部分可以由式(1)给出的数学描述表示:

$$S(t) = a \sin(\omega t + \theta) + \sum_{i=0}^n a_i \sin(\omega_i t + \theta_i) + v(t), \quad (1)$$

式中: $a \sin(\omega t + \theta)$ 是采样信号中的有用分量, ω 已知; $\sum_{i=0}^n a_i \sin(\omega_i t + \theta_i)$, 代表采样信号中的中、低频强干扰, 其中的 n 为有限整数, 表示这部分干扰等效分布在有限频率点上, $\omega_i \neq \omega$; $v(t)$ 表示随机噪声, 用于描述采样信号中的高频噪声。

采样信号的干扰分量中, 中低频强干扰主要源于系统谐振及指令信号的高次谐波; 高频噪声主要源于采样电路的电噪声, 包括放大器热噪声、A/D 量化噪声以及信号传输中引入的射频干扰等。

2 检测方法

2.1 基本原理

互相关方法检测信号相位差的方法, 在文献

[1-2]中有论述, 这些文献给出的均基于式(2)。

$$I_1 = a \int_{t_0}^{t_0+k} \omega \cos(\omega t + \theta_1) \cos(\omega t + \theta_2) dt = \\ a \int_{t_0}^{t_0+k} \omega \sin(\omega t + \theta_1) \sin(\omega t + \theta_2) dt = \\ \frac{ak\pi \cos(\theta_1 - \theta_2)}{2\omega}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

式(2)表明, 对于频率、幅值已知而相位未知的余弦/正弦信号, 采用同频率且相位、幅值均已知的余弦/正弦信号同它进行互相关计算, 当积分区间为该信号周期的整数倍时, 相关计算的结果是原信号与后引入用于计算互相关的信号之间的相位差的余弦的线性函数。通过这一方法, 可以计算出 $[0, \pi]$ 这一闭区间内的相位差、位于 $[-\pi, 0]$ 以及其他范围的相位差。

该方法存在两大缺陷:

1) 对于 $(-\pi, 0)$ 区间内的相位差, 该方法会将其折算到 $(0, \pi)$ 区间。当已知被测信号一定超前(或一定滞后)于与其进行相关计算的给定信号时, 该方法可用。

2) 该方法假定被测信号的幅值已知, 因此需要通过其他方法计算出待测信号的幅值, 否则无法直接由该方法计算出相位。

在单独使用时, 式(2)表示的方法存在缺陷, 在实用中不能独立完成求解待测信号幅值、相位的任务, 但该方法给出了一个很好的方向。

由式(2)引申得式(3):

$$I_2 = a \int_{t_0}^{t_0+k} \omega \cos(\omega t + \theta_1) \cos\left(\omega t + \theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) dt =$$

$$a \int_{t_0}^{t_0+k} \omega \sin(\omega t + \theta_1) \sin\left(\omega t + \theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) dt =$$

$$\frac{ak\pi \sin(\theta_1 - \theta_2)}{2\omega}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

对单纯信号 $a \sin(\omega t + \theta)$ ，取工具信号 $\sin(\omega t)$ 、 $\sin(\omega t \mp 0.5\pi)$ 通过式(2)、(3)分别计算得 I_1 、 I_2 ，则有：

信号幅值：

$$a = \frac{2\omega}{k\pi} \cdot \text{sqrt}(I_1^2 + I_2^2); \quad (4)$$

信号相位：

$$\theta = \begin{cases} \arccos\left(\frac{I_1 \cdot 2\omega}{a \cdot k\pi}\right) & I_2 \geq 0 \\ -\arccos\left(\frac{I_1 \cdot 2\omega}{a \cdot k\pi}\right) & I_2 < 0 \end{cases}. \quad (5)$$

当 $I_2 \geq 0$ 时， θ 位于 $[0, \pi]$ 区间；当 $I_2 < 0$ 时， θ 位于 $(-\pi, 0)$ 区间。与单纯基于式(2)的方法相比，该方法能计算出正弦信号的幅值，因而不需要知道该信号的幅值。并且，该方法将相位检测的范围拓展到 $(-\pi, \pi)$ 区间。

2.2 积分区间对计算结果的影响

对于式(1)描述的采样信号，影响本文所给方法计算精度的因素有两方面：① 信号中扰动分量对计算结果影响的消除效果；② 实际计算方法对式(2)~(5)描述的数学方法的近似程度。本节主要讨论积分区间对计算结果的影响。

在工程中，多采用零阶积分（带权求和）公式计算积分。由于正弦信号的周期性及其在半周期内的对称性，在积分区间接近于信号半周期的整数倍时，零阶积分的精度也很高，在此条件下由积分方法引入的计算误差可以忽略。

对于正弦信号 $a \sin(\omega t + \theta)$ ，当式(2)、(3)的积分长度改为 $k \cdot \frac{\pi}{\omega} + \tau$ 时（ k 为整数， $0 \leq \tau \leq \frac{\pi}{\omega}$ ），积分区间可以分解成长度为 $k \cdot \frac{\pi}{\omega}$ 和 τ 的两部分。以式(2)为例有：

$$I = a \int_{t_0}^{t_0+\frac{k\pi}{\omega}+\tau} \sin(\omega t + \theta_1) \sin(\omega t + \theta_2) dt =$$

$$\frac{a \left(\frac{k\pi}{\omega} + \tau\right)}{2} \cos(\theta_1 - \theta_2) -$$

$$\frac{a}{2} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \cos(2\omega t + \theta_1 + \theta_2) dt. \quad (6)$$

式(6)中的前半部分满足式(2)的线性关系，后半部分可以看作由于积分区间不满足式(2)的积分条件而引入的误差项。当 $\tau \rightarrow 0$ 或 $\tau \rightarrow \pi/\omega$ 时，该误差项趋近于 0。由于实际系统中，通常可以做到 $|\tau| < 0.5T_s$ 或 $|\tau - \pi/\omega| < 0.5T_s$ ， T_s 为采样间隔，从而把由积分长度引入干扰项的数值限制在 $\pm aT_s/4$ 以内。采样频率通常远高于采样信号中有用分量的频率， T_s 非常小，从而使式(6)中的干扰项的影响可以被忽略。因此，在实际使用中，如果无法让积分区间完全满足有用信号半周期整数倍这一条件时，也应该做到让积分长度与有用信号半周期整数倍之间的差异小于 $0.5T_s$ ，因为这对计算结果很重要，而且很容易实现。

2.3 噪声影响的抑制

2.3.1 中低频噪声影响的抑制

以式(2)、(3)为基础的互相关方法对式(1)中提到的噪声具有很强的抑制作用。在直观上，这可以用正弦信号的正交性来解释，也可以用不同频率信号之间的不相关性来解释。在较为严格的数学意义上，该方法对式(1)中的中低频干扰的抑制原理如式(7)所示。

$$I = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \sin(\omega_1 t + \theta_1) \sin(\omega_2 t + \theta_2) dt =$$

$$\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \cos(\omega_1 t + \theta_1 - \omega_2 t - \theta_2) dt +$$

$$\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \cos(\omega_1 t + \theta_1 + \omega_2 t + \theta_2) dt. \quad (7)$$

若式(7)的积分区间满足： $\omega_1 \tau = m\pi$ ， $\omega_2 \tau = n\pi$ ，（ m 、 n 为非负整数），则有：

$$I = \begin{cases} \frac{\tau}{2} \cos(\theta_1 - \theta_2) & \omega_1 = \omega_2 \\ 0 & \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases}. \quad (8)$$

式(7)、(8)就是互相关方法能够抑制式(1)中的中、低频噪声影响的数学依据。若式(7)的积分区间不满足上述条件，则式(8)不能在普遍意义下成立，从而在一定程度上降低该方法对中低频噪声影响的抑制作用。

为消除中低频干扰的影响，在条件允许的情况下，积分长度 T 应尽可能同时近似满足条件

$T = k\pi/\omega = k_1\pi/\omega_1 = \dots = k_n\pi/\omega_n$, 其中, 应首先满足 $T = k\pi/\omega$ 。若 ω_i 均已知, 只要允许 T 足够长, 则近似满足该条件一定能实现。但通常这些频率点未知, 或不能准确得到, 这时只能在满足 $T = k\pi/\omega$ 并在条件允许下尽量延长积分区间。

与式(6)类似, 对于某一频率的干扰信号, 式(7)的积分区间可以分解成该信号半周期的整数倍 ($k_i\pi/\omega_i$) 与 $0 \leq \tau_i \leq \pi/\omega_i$ 的 τ_i 两部分, 前半部分积分结果为 0, 后半部分通常不为 0。当积分长度 T 比较大时, τ_i 只是其中非常小的一部分, 它对应的积分结果在式(4)、(5)中平均分配到每个 π/ω 长度上已很小。因此, 当积分区间比较大时, 即使 T 不能完全满足式(7)的条件, 本文给出的方法对中低频噪声的影响也有很强的抑制作用。总之, 在条件允许的情况下, 尽量满足下式。

$$T = k\pi/\omega = k_1\pi/\omega_1 = \dots = k_n\pi/\omega_n \quad (9)$$

当由于各种原因而无法尽量满足这一条件时, 让 T 在满足 π/ω 整数倍的情况下尽可能大, 这样也能对式(1)中描述的中低频干扰有很好的抑制作用。

2.3.2 高频噪声影响的抑制

由于大部分系统都是有限带宽系统, 采样信号中的高频分量通常是由采样电路引入的, 而不是系统原有的^[3]。高频噪声包括A/D量化噪声、放大器热噪声、射频干扰等, 这些信号在形式上与白噪声接近, 在频谱上与系统中的真实信号(包括有用信号、中低频噪声信号)相关性很小^[4]。在式(2)、(3)的计算结果中, 该部分信号的影响接近于零, 并且其影响随积分区间长度的增大而降低。

式(2)、(3)给出的计算方法, 对接近于白噪声的高频干扰的抑制作用, 很难用严格的数学方式加以证明, 可以理解为“不相关信号的相关积分接近于0”^[5]。在数字仿真和工程应用中均发现, 式(2)、(3)的计算方法可以把高频噪声对计算结果的影响降低到可以忽略的程度。在积分长度上, 高频噪声没有特殊要求。

3 仿真验证

按式(1)虚拟构造受到强污染的信号。采样频率 $f_s=1000$ Hz; 有用信号: 频率 20 Hz, 幅值 1.0 V, 相位 1.0 rad; 干扰信号 1: 频率 10 Hz, 幅值 0.3 V, 相位 1.0 rad; 干扰信号 2: 频率 19.1 Hz, 幅值 0.2 V, 相位 0.635 rad; 干扰信号 3: 方差为 1 的白噪声。

其中有用信号示于图 1, 污染后的信号示于图 2。计算长度 1000 点, 计算得幅值 0.973 2 V, 相对计算误差 2.7%; 相位 1.024 9 rad, 计算误差 4.482°。

可见, 本文给出的算法能从强噪声污染后的信号中提取有用信号的幅值和相位信息, 并且有很高的计算精度。当干扰减轻时, 计算精度会相应提高。

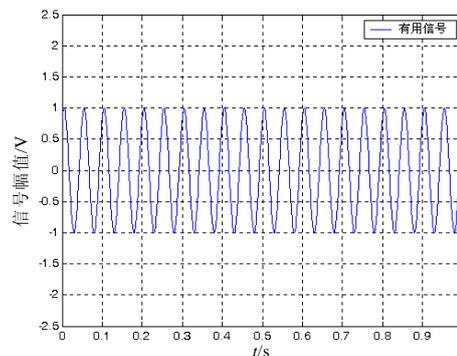


图 1 有用信号波形

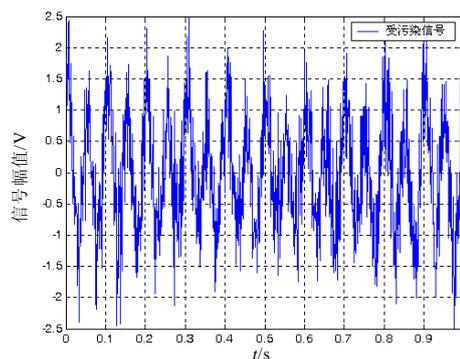


图 2 污染后的信号波形

4 结论

文中给出的基于互相关的方法能够解决受污染的已知频率的正弦信号特征提取问题, 该方法计算精度高、对噪声抑制能力强, 适合在工程条件下使用。

参考文献:

- [1] 仝猛, 陈明, 黄平明, 等. Coriolis 质量流量计中的相位差检测方法研究[J]. 测控技术, 2001(1):8-13.
- [2] 方崇智. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [3] WANG YANG, WANG HONG-LIANG, ZHANG WEN-DONG, et al. Research on Feature Extraction and Recognition of Acoustic Signal Based on AR Parameters Model[C]. Chengdu: ICES, 2008:344-347.

- [4] ZHAO ZHAN YONG, CAO PENG. Research and implementation of emotional feature extraction and recognition in speech signal[J]. Jiangsu Daxue Xuebao, 2005,26(1):72-75.
- [5] 陆光华, 彭学愚, 张林让, 等. 随机信号处理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002. (下转第 288 页)

Feature Extraction Method Base on Cross Correlation Signal

WANG Jun-gang, YANG Hao

(Aeronautical Military Representatives Office of Navy in Yanliang Area, Xi'an 710089, China)

Abstract: A algorithm, based on cross correlation, used to calculate the amplitude and phrase of polluted sine signal was introduced. In this paper, the details of this algorithm was presented, together with detailed analysis of it and the simulation results.

Key words: cross correlation; sine wave; amplitude; phase