文章编号：1673–1522（2009）04-0376–03

三星时差无源跟踪算法研究

李廷军[a]，韩建立[b]，任建存[c]，徐志斌[a]

（海军航空工程学院 a. 电子信息工程系；b. 科研部；c. 控制工程系，山东 烟台 264001）

摘　要：基于卫星平台的无源定位系统可以通过卫星的绕地运动和轨道覆盖，实现对全球地面辐射源的被动侦察，具有侦察隐蔽性强、侦测范围广和不受地理位置限制的优点。把一种新的修正协方差扩展卡尔曼滤波（MVEKF）方法引入三星对运动目标的时差无源定位跟踪中，克服了 EKF 受初始状态和测量误差影响大的缺点，也不用像 MGEKF 一样需要观测方程的修正函数，仿真表明该滤波方法相对来说收敛速度更快，跟踪性能更好。

关键词：卫星平台；无源定位跟踪；修正协方差；扩展卡尔曼滤波

中图分类号：TN967.1　　**文献标志码**：A

基于卫星观测的无源定位跟踪（Satellites-Observation Passive Location and Tracking，SOPLAT）技术的研究具有十分重要的意义。无源定位跟踪中传统的方法是扩展的卡尔曼滤波（EKF），即将非线性观测量在预测点处进行泰勒展开后舍去高次项，线性化后代入卡尔曼滤波算法来实现。但由于 EKF 估计方法具有依赖于初始状态估计并受测量噪声影响大等缺点，估计过程中协方差易出现病态，导致滤波定位结果不稳定，因此后来出现了迭代的扩展卡尔曼滤波（IEKF）[1]方法，它在没有更新测量值的情况下采用滤波值和协方差阵进行多次迭代计算，从而得到更高精度的估计。另一种是修正增益的扩展卡尔曼滤波（MGEKF）方法[2]，即用测量值计算卡尔曼增益的修正函数，从而对卡尔曼滤波的增益进行修正更新，但 MGEKF 方法需要寻找观测方程的修正函数，当观测量的修正函数不存在时，MGEKF 方法的跟踪性能将会下降。本文将一种新的修正协方差扩展卡尔曼滤波算法（MVEKF）应用到三星对运动目标的时差无源跟踪中，并通过仿真验证了 MVEKF 相对于其他滤波算法在该定位体制中的优越性。

1 系统方程建立与算法描述

1.1 观测方程

取地固坐标系为下列研究的基准坐标系。设在地固坐标系中，3 颗卫星的坐标为 $s_i=(x_i,y_i,z_i)$，$i=1,2,3$，地面辐射源坐标 $s_e=(x,y,z)$。则卫星 i 到辐射源的距离为：

$$r_i=\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2+(z_i-z)^2}\ 。$$

设辐射源在时刻 T_r 发射的脉冲信号被 3 颗卫星分别接收，接收时刻为 t_{si}，于是有标准参考方程（记 c 为信号传播速度）：$c(t_{si}-T_r)=r_i$，其中辐射源的脉冲信号发射时刻 T_r 未知，但通过做差可以消掉，则由上式得：

$$\begin{cases}c(t_{s1}-t_{s2})=r_1-r_2\\ c(t_{s1}-t_{s3})=r_1-r_3\end{cases}。\tag{1}$$

假设辐射源的大地高 H 为已知量，则 H 表示为：

$$H=\sqrt{(1-f^2)(x^2+y^2)+z^2}-R_e\ 。\tag{2}$$

则由式(1)、(2)可以得到系统观测方程：

$$\begin{bmatrix}c(t_{s1}-t_{s2})\\ c(t_{s1}-t_{s3})\\ H\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_1-r_2\\ r_1-r_3\\ \sqrt{(1-f^2)(x^2+y^2)+z^2}-R_e\end{bmatrix}+\boldsymbol{n}_k\ ,$$

上式简记为：

$$\boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_k)+\boldsymbol{n}_k=\left[h_1(\boldsymbol{X}_k),h_2(\boldsymbol{X}_k),h_3(\boldsymbol{X}_k)\right]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{n}_k\ ,\tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{n}_k$ 为观测噪声；其协方差为 $\boldsymbol{R}_k=\mathrm{diag}(\varphi_{\Delta r1}^2,\varphi_{\Delta r2}^2,\varphi_{dH}^2)$，其中，$\varphi_{\Delta r1}$、$\varphi_{\Delta r2}$ 分别为距离差测量误差和高程误差的标准差。

1.2 状态方程

本文研究对象假定是海上船只等慢速目标，所

收稿日期：2009-04-25
作者简介：李廷军（1962–），男，教授，硕士。

以假设目标做匀速直线运动，并存在一定的加速度扰动。

设目标速度大小为 v，各个方向速度分量为 (v_x,v_y,v_z)，则取状态变量为 (x,y,z,v_x,v_y,v_z)，T 为观测时间间隔，加速度扰动 (a_{xk},a_{yk},a_{zk})，有状态方程为：

$$\begin{bmatrix} x(k+1)\\ y(k+1)\\ z(k+1)\\ v_x(k+1)\\ v_y(k+1)\\ v_z(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&T&0&0\\0&1&0&0&T&0\\0&0&1&0&0&T\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x(k)\\ y(k)\\ z(k)\\ v_x(k)\\ v_y(k)\\ v_z(k)\end{bmatrix}+\boldsymbol{\omega}_k,$$

上式简记为：

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\boldsymbol{\Phi}_{k+1}\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{\omega}_k, \tag{4}$$

式中：

系统噪声 $\boldsymbol{\omega}_k=\left[\frac{T^2}{2}a_{xk},\frac{T^2}{2}a_{yk},\frac{T^2}{2}a_{zk},Ta_{xk},Ta_{yk},Ta_{zk}\right]$；

协方差为 $\boldsymbol{W}_k=E\left[\boldsymbol{\omega}_k,\boldsymbol{\omega}_k^{\mathrm{T}}\right]$。

1.3 MVEKF 滤波步骤

MVEKF 的基本思想[2]是在 EKF 方法中采用状态滤波值 $X_{k/k}$ 重新计算 Jacobi 矩阵

$$\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k=\left.\frac{\partial \boldsymbol{h}(X)}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_{k/k}}, \tag{5}$$

并利用 $\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k$ 作为测量矩阵对协方差矩阵进行更新，从而得到更加准确的修正协方差矩阵。用滤波值计算的 $\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k$ 进行卡尔曼滤波增益和滤波协方差阵的计算，由于其中隐含了本次测量值 $\boldsymbol{Z}_k$，因而能改善非线性估计的性能[2-3]。

递推计算的步骤如下：

1）计算预测方程：$\boldsymbol{X}_{K/K-1}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{X}_{K-1}$。

2）计算测量方程在预测点处的 Jacobi 矩阵：

$$\boldsymbol{H}_k=\left.\frac{\partial \boldsymbol{h}(X)}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_{K/K-1}}=$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial h_1(X)}{x}&\frac{\partial h_1(X)}{y}&\frac{\partial h_1(X)}{z}&\frac{\partial h_1(X)}{v_x}&\frac{\partial h_1(X)}{v_y}&\frac{\partial h_1(X)}{v_z}\\ \frac{\partial h_2(X)}{x}&\frac{\partial h_2(X)}{y}&\frac{\partial h_2(X)}{z}&\frac{\partial h_2(X)}{v_x}&\frac{\partial h_2(X)}{v_y}&\frac{\partial h_2(X)}{v_z}\\ \frac{\partial h_3(X)}{x}&\frac{\partial h_3(X)}{y}&\frac{\partial h_3(X)}{z}&\frac{\partial h_3(X)}{v_x}&\frac{\partial h_3(X)}{v_y}&\frac{\partial h_3(X)}{v_z}\end{bmatrix}。$$

3）计算预测协方差和 Kalman 增益：

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{P}_{k-1/k-1}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{W}_k,$$

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}_k^{T}+\boldsymbol{R}_k\right]^{-1}。$$

4）得到滤波估计：

$$\boldsymbol{X}_k=\boldsymbol{X}_{k/k-1}+\boldsymbol{K}_k\left[\boldsymbol{Z}_k-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_k)\right]。$$

5）按照式(5)重新计算在测量点处的 Jacobi 矩阵 $\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k$。

6）重新计算预测协方差和 Kalman 增益：

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k/k-1}(\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k)^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}(\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k\right]^{-1},$$

$$\boldsymbol{P}_k=\left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k\right]\boldsymbol{P}_{k/k-1}\left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\overset{*}{\boldsymbol{H}}_k\right]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}}。$$

1.4 滤波初始化

卡尔曼滤波器基于迭代运算，迭代从初始观测时刻开始，为了启动卡尔曼滤波器，需要给出目标运动状态初始估计及其估计误差协方差。

1）关于目标初始位置

利用最初两个观测时刻的测量值来确定滤波初值。假定每次观测时目标静止，则可在最初两个观测时刻分别进行定位得到 (x_1,y_1,z_1) 和 (x_2,y_2,z_2)，定位误差协方差为 $\phi(t_n)$（n=1,2），利用最小二乘算法获得目标初始位置。

2）目标初始速度

用目标在 t_1、t_2 时刻的位置进行差分，作为目标在 t_1 时刻的速度。则目标在 t_1 时刻的地固坐标系中速度为

$$\begin{cases}v_x=\dfrac{x_2-x_1}{T}\\ v_y=\dfrac{y_2-y_1}{T}\\ v_z=\dfrac{z_2-z_1}{T}\end{cases}。$$

3）初始预测协方差 $\boldsymbol{P}_{0,0}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2)$，其中，$\boldsymbol{P}_1=\boldsymbol{\varphi}(t_1)$，$\boldsymbol{P}_2=\frac{1}{T^2}(\boldsymbol{\varphi}(t_1)+\boldsymbol{\varphi}(t_2))$；$\boldsymbol{\varphi}(t_1)$、$\boldsymbol{\varphi}(t_2)$ 是最初两个观测时刻定位误差协方差，为 3×3 矩阵[4-5]。

2 仿真分析与结论

假设 3 颗卫星的经纬度位置分别为 $S_1=(125.21,\ 24.44)$，$S_2=(125.68,\ 25.09)$，$S_3=(125.99,\ 24.44)$，星间距约 100 km，高度 800 km，目标起始位置（127.37，25.80），地固坐标系中各方向速度分量（20 m/s，20 m/s，0），时差测量误差 50 ns，高程测量误差 500 m。在此条件下进行 MVEKF 跟踪效果的 100 次 Monte-Carlo 仿真，并取实际定位误差 ϕ_n 的平均 $\overline{\phi_n}$，计算得到平均定位相对误差 $\overline{\phi_n}/r$，r=100 km 为星间距。与其他三种滤波方

法进行比较可以得到一组跟踪平均相对误差曲线如图 1 所示。[6-8]

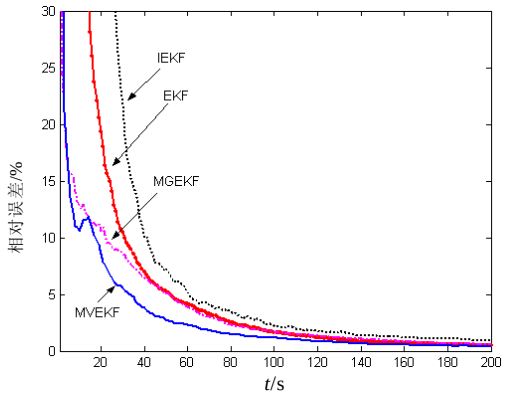


图 1 卫星观测跟踪平均相对误差比较

由图 1 可以得出结论：EKF、IEKF、MGEKF、MVEKF 四种滤波方法用于三星星座对运动目标的定位跟踪中都可以取得不错的定位效果，但与 EKF 法相比，MVEKF 方法不易受初始状态估计的影响，并且无须受到 MGEKF 方法中寻找观测量修正函数的限制，收敛速度更快，滤波效果更好。因此，MVEKF 滤波方法在三星星座无源定位跟踪中有更好的性能。

参考文献：

[1] 乔梁. 单站无源定位 MGEKF 和 MVEKF 算法的分析比较[J]. 重庆科技学院学报, 2006,25(3):85-87.

[2] 赵国伟, 李勇, 李滔. 基于 MVEKF 算法的机载单站无源定位[J]. 西北工业大学学报, 2007,26(6):101-105.

[3] 李廷军. 利用铷钟实现组合导航系统研究[J]. 通信学报, 2006,27(8):144-147.

[4] 李廷军, 周娜, 于传健, 等. 数据复接器研究[J]. 海军航空工程学院学报, 2005,20(1):145-146.

[5] 钟丹星, 邓新蒲, 周一宇. 基于 WGS-84 地球椭球的三星时差定位算法[J]. 航天电子对抗, 2003(5):96-99.

[6] GUERCI J R, GOETZ R, DIMODICA J. A method for improving extended kalman filter performance for angle-only passive ranging[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1994,30(4):112-115.

[7] BELL M, CATHEY W. The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1993:85-89.

[8] 林平, 黄启来, 李政, 等. 三星对地面辐射源的高程修正定位算法与误差研究[J]. 海军航空工程学院学报, 2008,23(1):37-39.

Research on TDOA Passive Tracking Algorithm Using Three Satellites

LI Ting-jun[a]，Han Jian-li[b]，REN Jian-cun[c]，XU Zhi-bin[a]

（Naval Aeronautical and Astronautical University a. Department of Electronic and Information Engineering；b. Department of Scientific Research；c. Department of Control Engineering，Yantai Shandong 264001，China）

Abstract: The passive location system based on satellites can realize passive scout for global radiation source on earth ,and it has advantages of secret scout，large range and can not be limited by geographic position. A new method of the modified covariance extended Kalman filtering (MVEKF) was applied to passive location and tracking using three satellites for moving target in this paper. It can get over the defect that the EKF method can be affected by initial condition and measurement error, and it does not need the corrected function of observation equation. The emulation indicated that this method had faster speed and better tracking performance.

Key words: satellites platform; passive location and tracking; modified covariance; extended Kalman filtering