文章编号：1673–1522（2010）04-0391–05

复合推进剂交变温度作用下应力应变数值分析

丁 彪[1]，张 阳[2]，王 永[3]

（1. 海军航空工程学院 研究生管理大队，山东 烟台 264001；2. 91619 部队，河北 秦皇岛 066326；
3. 海装驻重庆地区军事代表局，成都 610100）

摘 要：文章以某导弹发动机使用的复合固体推进剂为研究对象，采用热粘弹性有限元法分析了复合固体推进剂在交变温度载荷作用下的应力应变情况，给出了应力应变场的分布规律，判断了推进剂药柱容易失效的部位，为固体火箭发动机寿命预估新方法的探索提供参考。

关键词：交变温度；粘弹性；有限元

中图分类号：V512 **文献标志码**：A

固体火箭发动机药柱在随发动机贮存期间，由于推进剂、衬层、壳体等材料热膨胀系数的差异，在长期贮存期间受到环境交变温度载荷的作用，在药柱和壳体交界面上必将产生交变的应力，药柱内部也将产生交变的热应力和热应变。应力应变状态的存在，会使推进剂药柱的微观结构受到不同程度的疲劳损伤，破坏主链结构或降低粘合剂母体与填料间的粘接，加速推进剂的老化[1-2]。

因此，开展复合固体推进剂在交变温度环境下的应力应变响应的研究，进而分析推进剂在交变温度环境下的损伤发展，有利于研究推进剂老化机理以及更准确地预估固体火箭发动机寿命[3-5]。

1 热粘弹性有限元法

1.1 热粘弹性本构方程

与弹性体不同，粘弹性材料具有松弛与蠕变特性。粘弹性材料的变形，不仅与当时所受的应力有关，而且受整个应力史支配，有关粘弹性材料的模量都与时间和温度有很大的依赖性。

在对固体推进剂进行热粘弹有限元分析时，常假设固体推进剂为均匀的各项同性材料，泊松比为常数，应力应变成线性粘弹性关系，固体推进剂为热流变简单材料[6-7]。

推进剂等温下的本构关系式为：

$$S_{ij}(t)=2\int_{-\infty}^{t}G(t-\tau)\frac{\partial \mathrm{e}_{ij}(\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau\ , \tag{1}$$

$$\sigma_{kk}(t)=3\int_{-\infty}^{t}K(t-\tau)\frac{\partial \varepsilon_{kk}(\tau)}{\partial t}\mathrm{d}\tau\ 。 \tag{2}$$

对式(1)和式(2)进行如下两方面的修正：① 等温本构关系中的特性函数 $E(t)$ 和 $\mu(t)$，或 $G(t)$ 和 $K(t)$ 等的时间变量 t 应用等效时间 ξ；② 变温下的应变 ε 包含由因热膨胀引起的应变 $\alpha\theta$，α 为粘弹材料的热膨胀系数，θ 为温度相对变化量。$\theta=T-T_0$，其中 T_0 为初始温度。同时，相对体积变化 ε_{kk} 中包含由因热膨胀引起的体积变化 $3\alpha\theta$。得到热流变简单材料的本构关系如下：

$$S_{ij}(t)=2\int_{-\infty}^{t}G(\xi-\xi')\frac{\partial \mathrm{e}_{ij}(\tau)}{\partial\tau}\mathrm{d}\tau\ , \tag{3}$$

$$\sigma_{kk}(t)=3\int_{-\infty}^{t}K(\xi-\xi')\frac{\partial}{\partial t}\left[\varepsilon_{kk}(\tau)-3\alpha\theta(\tau)\right]\mathrm{d}\tau\ , \tag{4}$$

式中：$G(t)$ 为剪切松弛模量函数；$K(t)$ 为体积模量函数。

剪切模量和体积模量用 Prony 级数表示为

$$G(t)=G_0\left[1-\sum_{i=1}^{N}\bar{g}_i^{p}(1-\exp(-t/\tau_i))\right], \tag{5}$$

$$K(t)=K_0\left[1-\sum_{i=1}^{N}\bar{k}_i^{p}(1-\exp(-t/\tau_i))\right]。 \tag{6}$$

1.2 三维温度场理论分析

推进剂承受热载荷的过程是一个没有内部热源的瞬态热传导问题，其热传导过程可表示为[8]：

收稿日期：2010-04-12
基金项目：总装备部预研管理中心基金资助项目（41328010507）
作者简介：丁 彪（1981–），男，博士生。

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x_i}(\lambda_{ij}\frac{\partial T}{\partial x_j}),\tag{7}$$

式中：T 、ρ 、c 、λ_{ij} 分别为温度、质量密度、比热容和导热系数。

采用有限元法，在空间域中对单元内温度场进行离散：

$$T^e=\sum_{i=1}^{n}N_iT_i,\tag{8}$$

式中：T^e 、T_i 分别为单元和节点的温度；N_i 为插值形函数。

在时间域内的离散采用两点差分格式：

$$\alpha\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\}_t+(1-\alpha)\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\}_{t-\Delta t}=\frac{T_t-T_{t-\Delta t}}{\Delta t},\tag{9}$$

式中：Δt 为离散的时间间隔；α 为松弛因子。

将式(8)代入与式(7)等价的泛函表达式，并对 T_i 变分，可得到单元的热平衡方程：

$$\boldsymbol{K}^e\{T\}^e+\boldsymbol{C}^e\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\}^e=0,\tag{10}$$

式中：

$\boldsymbol{K}^e=\iint_\Omega \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{B}\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 为单元热传导矩阵；

$\boldsymbol{C}^e=\iint_\Omega \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\rho C_\rho\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 为单元热容矩阵；

$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\partial N_1/\partial y & \partial N_2/\partial y & \cdots & \partial N_n/\partial y\\ \partial N_1/\partial z & \partial N_2/\partial z & \cdots & \partial N_n/\partial z\end{bmatrix}$ 为温度梯度—节点温度矩阵。

将式(9)代入式(10)，并将所有的单元热平衡方程组集起来，可得到：

$$(\boldsymbol{C}+\sigma\Delta t\boldsymbol{K})\{T\}_t=(\boldsymbol{C}-(1-\sigma)\Delta t\boldsymbol{K})\{T\}_{t-\Delta t},\tag{11}$$

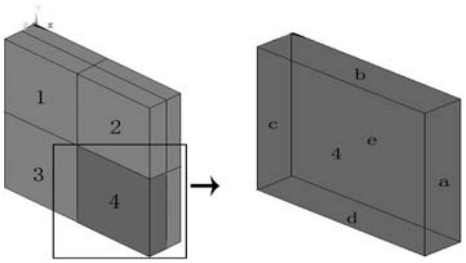
式中：$\boldsymbol{C}$ 、$\boldsymbol{K}$ 分别为整体的热容矩阵和热传导刚度矩阵。

2 数值计算

2.1 材料属性及几何模型

材料单元选用 8 节点三维耦合场体单元。松弛模量利用试验测出的结果，泊松比为 0.495。

本文研究对象为模拟发动机结构的长方体形状，在模型的左右两侧施加限制位移的边界约束，其约束、载荷以及几何结构都具有对称性，为减少单元数目，节约计算时间，选取 1/8 建立几何模型进行分析，如图 1 a）所示标号为 4 的部分，将模型切割取出如图 1 b）所示，切割出来的界面分别用 a、b、c、d、e 表示。

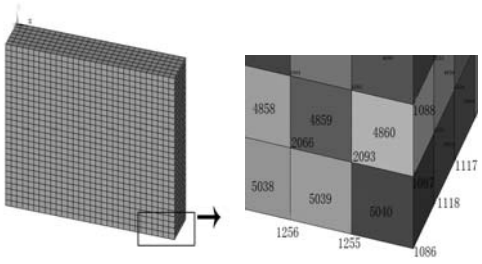


a）整体模型 b）1/8 模型

图 1 几何模型

2.2 有限元网格划分

由于试件模型为规则的几何形状，在划分网格时根据模型长宽高 3 个尺寸计算出最小公倍数，然后根据网格的疏密程度计算出每个边长的网格数，保证在每个面都划分出完整的网格。通过计算共划分 5 040 个网格，如图 2 a）所示，节点和单元的分布规律如图 2 b）所示。



a）整体网格 b）方框区域网格

图 2 网格划分及单元节点分布

2.3 边界条件及载荷

如图 1 b）所示，试件模型界面 a 为限制位移的约束边界，界面 4 和界面 d 为无约束的自由边界。由于几何尺寸以及载荷的对称性，切割出来的 1/8 试件的切割界面（界面 b、c、e）可作为对称边界来处理。

为模拟交变温度加速老化试验，对模型施加 3 种不同的温度载荷，温度变化频率分别为 10℃/12h、20℃/12h、30℃/12h。3 组试验在各自周期内温度随时间变化曲线如图 3 所示。

温度场分析中，忽略夹具的传热过程，其初始条件和边界条件如下：

初始条件：$T_{t=0}=T_0$；

边界条件：$T=T(x_i,t)$。

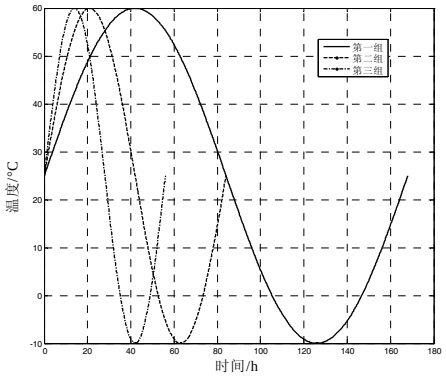
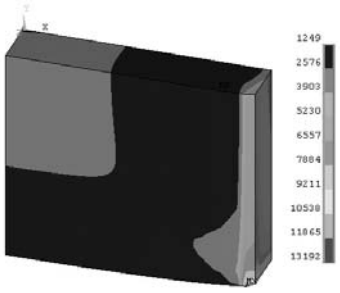


图 3　温度随时间变化曲线

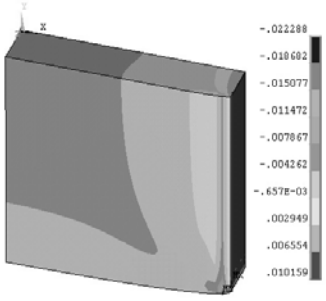
3 数值计算结果

3.1 不同温度变化频率下应力应变分析

由于温度载荷变化频率不同，首先考察应力应变在不同温变频率下的分布情况。在一个温度变化周期内，达到最高温度点 60℃时，各温度变化频率下的试件应力应变分布情况如图 4~6 所示。

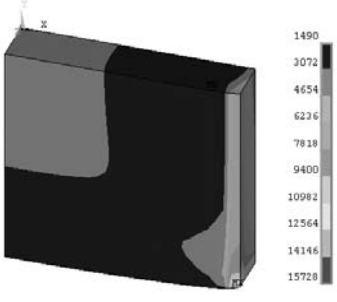


a）等效应力

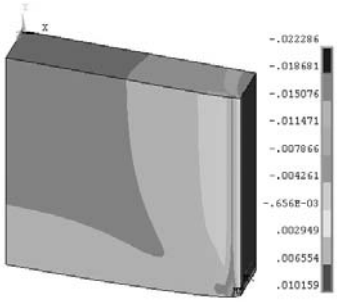


b）X 方向总应变

图 4　载荷一 60℃时应力应变分布

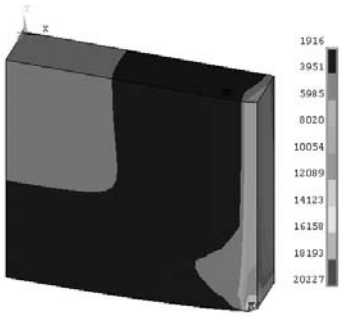


a）等效应力

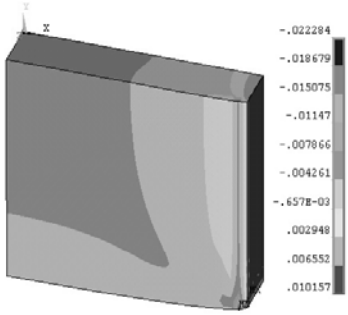


b）X 方向总应变

图 5　载荷二 60℃时应力应变分布



a）等效应力



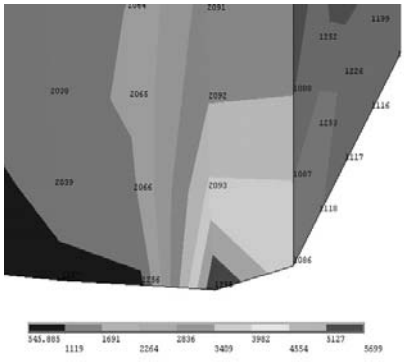
b）X 方向总应变

图 6　载荷三 60℃时应力应变分布

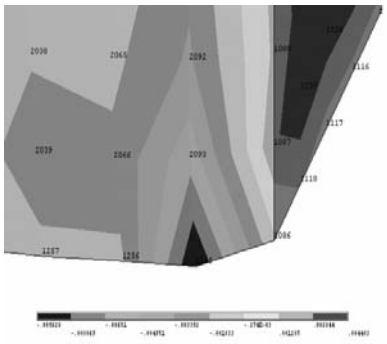
由图 4~6 可以看出：在不同的温变频率下试件模型中相对应节点在 60℃时 X 方向总应变接近相等，应力大小不同，温度变化频率越高，应力越大。这点可以很明显的看出粘弹性材料和弹性材料的不同。由粘弹性模型理论我们知道，粘弹性材料的力学响应随加载速度的变化而变化。通常，加载速度越快，其弹性特征越显著，而随着加载速度的减慢，其粘性特征越来越显著。温度变化频率快时，牛顿粘壶的粘滞作用导致应力变大，频率降低时，表现出应力松弛的现象。

同时看出：虽然温度加载频率不同，各组对应的节点产生的应力应变大小不同，但是应力等值线的分布却大致相同。通过计算发现 5 039 单元 1 255 节点（图 2 b））处应力应变值最大。将图 4 局部放大得到在载荷一作用下 60℃时节点 1 255 周围应力

应变分布如图 7 所示。



a）等效应力云图



b）总应变云图

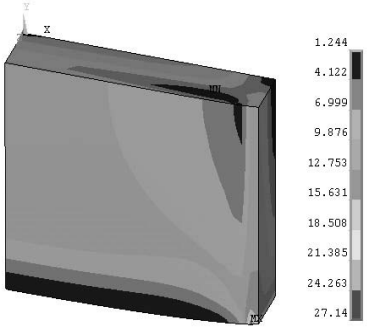
图 7　节点 1 255 周围载荷一 60℃时应力应变云图

这说明发动机在贮存过程中，虽然经受的环境温度载荷不同，但是引起损伤的部位大致相同，结合实际发动机结构，可以推测通常发动机粘接界面容易失效。

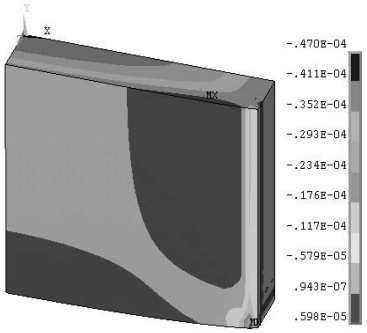
通过以上分析发现，在温度交变过程中，温度变化频率的改变对推进剂性能变化有着较大影响。通常，加大温度变化频率，温度载荷引起的应力会随之变大，推进剂性能变化速率也会加快。同时，交变的应力应变也会改变化学老化过程。因此，在进行复合推进剂交变温度加速老化过程中，温度变化频率的选择是十分重要的。

3.2 不同温度点下应力应变分析

通过对 3 组载荷情况下推进剂应力应变分析发现，应力应变等值线分布大致相同。因此，在分析不同温度下应力应变分布规律时可以随机选取一组进行分析。根据温度载荷施加规律，取温度为 60℃、25℃和–10℃时应力应变进行分析。下图是载荷一作用下在一个温度变化周期内，不同温度点下的应力应变分布情况。图 8 和图 9 分别为 25℃和–10℃时应力应变分布。60℃时应力应变分布见图 4。

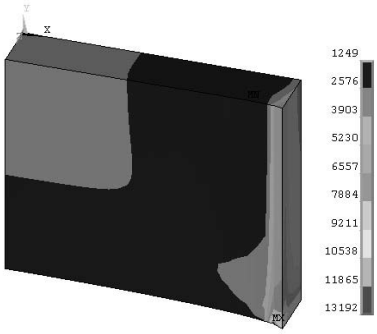


a）等效应力

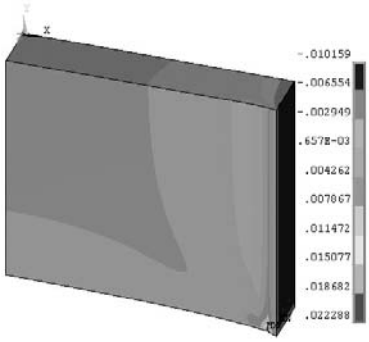


b）X 方向总应变

图 8　载荷一 25℃时应力应变分布



a）等效应力



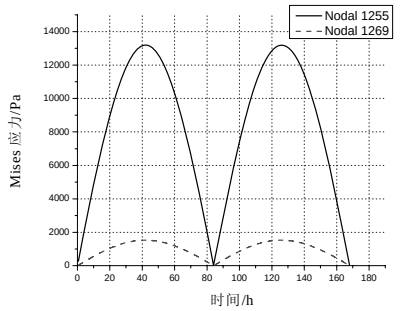
b）X 方向总应变

图 9　载荷一–10℃时应力应变分布

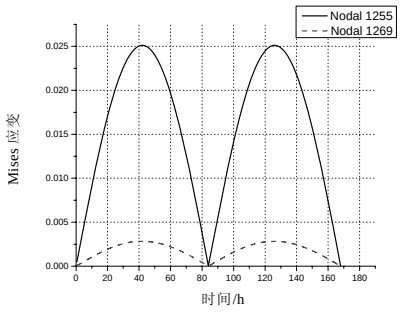
由图 6、图 8 和图 9 可以看出：当处于温度极值点 60℃和–10℃时，产生的应变大小接近，方向相反，当处于初始温度值 25℃时，应力远远小于应力极值，应变接近于 0，原因可能在于粘弹性材料迟滞作用的影响导致应力不为 0。

3.3 节点时间历程应力应变分析

发动机药柱的失效并不是全结构的同时失效，在发动机端部及粘接界面上容易产生脱粘或裂纹。为此，我们分析在载荷一作用下一个周期内 5 039 单元 1 255 节点处的应力变化情况，同时取界面 4 的应力最小节点 1 269 进行对比分析。节点 1 255、1 269 等效应力、等效应变分布如图 10 所示。



a）等效应力



b）等效应变

图 10　节点 1255、1269 等效应力、等效应变分布

图 10 看出两节点等效应力、等效应变分布差别较大，因此，发动机设计阶段要考虑人工脱粘及应力释放;贮存过程中也应尽量避免温度的剧烈变化。

4 结论

运用线性粘弹性有限元法对交变温度载荷下复合推进剂进行了应力应变数值分析,通过分析得到：① 应力应变随着温度载荷的变化也呈现相同频率的周期性变化；② 随着温度加载频率的加快，在相同温度点，应力也相应变大，这一点较好的反映了粘弹性材料的力学特性;③ 当承受环境温度载荷作用时，推进剂与试验夹具的粘接界面应力较大，容易发生失效。

参考文献：

[1] 邢耀国，董可海，沈伟，等. 固体火箭发动机使用工程[M]. 北京：国防工业出版社, 2009.

[2] HELLER R A, SINGH M P, ZIBDEH H. Environmental effects on cumulative damage in rocket motors[J]. Journal of spacecraft, 1985,55(2):149-155.

[3] JANAJREH I, HELLER R, THANGITHAM S. Safety index approach to predicting the storage life of rocket motors[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1994,31 (6):1072-1078.

[4] DERBALIAN G, THOMAS J M. Probabilistic environmental model for solid rocket motor life prediction[R]. ADA117651, 1982.

[5] 阳建红，成曙，侯根良，等. 环境温度交变引起固体药柱累计损伤的计算[C]//中国宇航学会固体推进专业委员会年会. 2002.

[6] 冯志刚，周建平. 长期贮存的固体火箭发动机药柱的温度应力分析[J]. 推进技术, 1994(6):42-49.

[7] 朱智春. 固体火箭发动机药柱结构寿命预估研究[D]. 北京：北京航空航天大学, 1997.

[8] 郭兆璞，陈浩然. 复合材料层合板在加工固化后期降温速率对残余热应力的影响[J]. 计算结构力学及其应用, 1995,12(4):387-392.

Stress-Strain Analysis of Composite Propellant under Alternating Temperature Loads

DING Biao[1]，ZHANG Yang[2]，WANG Yong[3]

（1．Graduate Students' Brigade，NAAU，Yantai Shandong 264001，China；2．The 91619th Unit of PLA，Qinhuangdao Hebei 066326，China；3．Military Representatives Bureau of NED in Chongqing Area，Chengdu 610100，China）

Abstract: Because of the big difference between High-Temperature accelerated aging and natural storage, the composite propellant under alternating temperature loads was analyzed with finite element method. The stress and strain distribution were obtained, which provided reference for SRM life prediction.

Key words: alternating temperature; viscoelasticity; finite element