

文章编号: 1673-1522 (2011) 01-0001-04

复杂电磁环境下 ESPRIT 算法的测向性能

邓 兵^a, 董云龙^b, 杨立永^c, 王红星^a

(海军航空工程学院 a. 电子信息工程系; b. 科研部; c. 研究生管理大队, 山东 烟台 264001)

摘 要: 从复杂电磁环境的实际应用出发, 从入射角度、阵元间距、信号带宽、多信源 (邻近信号) 这 4 个因素对旋转不变子空间算法的测向精度作了仿真研究, 得出了一些结论, 发现旋转不变子空间算法比多重信号分类算法更适合于在复杂电磁环境中的应用。

关键词: 波达方向; 空间谱估计; 旋转不变子空间算法; 复杂电磁环境

中图分类号: TN957

文献标志码: A

利用空间谱理论对目标信号进行波达方向 (DOA) 估计是智能天线的关键技术之一。借助旋转不变 (ESPRIT) 技术估计信号参数的算法是 Roy 等提出的一种基于子空间的 DOA 估计方法^[1-2], 与子空间类算法的另一种典型算法——MUSIC 算法^[3]相比, ESPRIT 算法大大减小了 MUSIC 算法的计算和存储要求。它对于超分辨测向技术的发展起到了极大的促进作用^[4-5]。目前的研究主要集中在对 ESPRIT 算法的改进^[6-9]及新的应用方面^[10-12]。本文试图通过对影响 ESPRIT 算法精度的多种因素的研究, 为今后超分辨测向方法在复杂电磁环境中的应用提供参考, 为 ESPRIT 算法的进一步研究提供一些借鉴。

1 ESPRIT 算法

ESPRIT 算法的实现主要包括最小二乘 (LS)、总体最小二乘 (TLS) 及其改进版本^[4]。从计算量和精度两方面考虑, 本文选定 TLS-ESPRIT 算法作为研究对象, 接下来对其进行简单介绍。设 N 个信号入射在两个完全相同的子阵, 且两个子阵的间距 Δ 是已知的。由于两个子阵的结构完全相同, 且子阵的阵元数为 m , 对于同一个信号 $s_i(t)$ 而言, 两个子阵的输出只有一个相位差 $\varphi_i, i=1, \dots, N$ 。假设第一个子阵接收数据为 X_1 , 第二个子阵的接收数据为 X_2 , 则

$$X_1 = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_N)] = AS + N_1, \quad (1)$$

$$X_2 = [a(\theta_1)e^{j\varphi_1}, \dots, a(\theta_N)e^{j\varphi_N}] = A\Phi S + N_2, \quad (2)$$

式中: $S = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$,

$$\Phi = \text{diag}[e^{j\varphi_1}, \dots, e^{j\varphi_N}], \varphi_k = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta \cdot \cos \theta_k, k=1, \dots, N。$$

先将两个子阵的模型进行合并, 即

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} S + N = \bar{A}S + N。 \quad (3)$$

在理想条件下, 可得到上式的协方差矩阵

$$R = E[XX^H] = \bar{A}R_s\bar{A}^H + R_N, \quad (4)$$

对上式进行特征分解可得

$$R = U_s \Sigma_s U_s^H + U_N \Sigma_N U_N^H。 \quad (5)$$

上式中的特征值有如下关系:

$$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_N > \lambda_{N+1} = \dots = \lambda_{2m}。$$

U_s 为大特征值对应的特征矢量所张成的信号子空间, U_N 为小特征值对应的特征矢量所张成的噪声子空间。由上述模型可以得到 TLS-ESPRIT 算法进行 DOA 估计的步骤如下:

- 1) 通过测量 X 得到 R 的估计 \hat{R} ;
- 2) 对 \hat{R} 进行特征分解: $\hat{R} = V\Lambda V^H$, 其中, $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{2m}\}$ 和 $V = [q_1, \dots, q_{2m}]$ 分别为特征值和特征向量;
- 3) 利用最小特征值 λ_{\min} 的重数估计信号数目 \hat{D} , 如果估计正确的话, 则有 $\hat{D} = N$;
- 4) 得到信号子空间的估计 \hat{U}_s , 然后将其分解

收稿日期: 2010-04-12; 修回日期: 2010-07-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60902054); 中国博士后科学基金资助项目 (20090460114);

‘泰山学者’建设工程专项经费

作者简介: 邓 兵 (1975-), 男, 副教授, 博士; 王红星 (1962-), 男, 教授, 博导, 博士。

为子阵列矩阵

$$\hat{U}_s = [\hat{U}_1 \hat{U}_2], \quad (6)$$

式中: $m \times \hat{D}$ 维矩阵 \hat{U}_1 、 \hat{U}_2 分别对应为 X_1 、 X_2 的信号子空间;

5) 按照下式进行特征分解, 以得到矩阵 E

$$\hat{U}_s^H \hat{U}_s = \begin{bmatrix} \hat{U}_1^H \\ \hat{U}_2^H \end{bmatrix} [\hat{U}_1 \hat{U}_2] = E \Psi E^H, \quad (7)$$

将 E 划分成 4 个 $\hat{D} \times \hat{D}$ (即 $N \times N$) 的子矩阵:

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix}; \quad (8)$$

6) 计算 $H = -E_{21} E_{22}^{-1}$ 的特征值 \hat{h}_k , $k=1, \dots, \hat{D}$;

7) 因为 \hat{h}_k 就是矩阵 Φ 的对角线元素, 即 $\hat{h}_k = \hat{\phi}_k$, 所以就可以利用 \hat{h}_k 估计出各入射信号的波达方向:

$$\hat{\theta}_k = \arccos\left(\frac{\hat{h}_k \cdot \lambda}{2\pi \cdot \Delta}\right). \quad (9)$$

2 ESPRIT 算法测向精度的仿真分析

ESPRIT 算法应用于超分辨测向必然会受到自然条件、人为条件和天线阵列本身的影响。

接下来从信号入射角、阵元间距、含噪信号的带宽等因素对 ESPRIT 算法测向性能进行计算机仿真分析。

2.1 入射角的影响

假设已知条件: 噪声为零均值白噪声, 信号为张角 1° 的 2 个非相干单频信号, 波长是 0.3 m; 所用阵列为 10 阵元均匀线阵, 阵元间距是 0.03 m (即两子阵的间距 $\Delta=0.15$ m)。分别对信噪比为 -25 dB、 0 dB、 25 dB 和没有加噪的 4 种情况进行仿真, 其中每个信噪比均进行 50 次 Monte Carlo 试验。所得结果如图 1 所示。

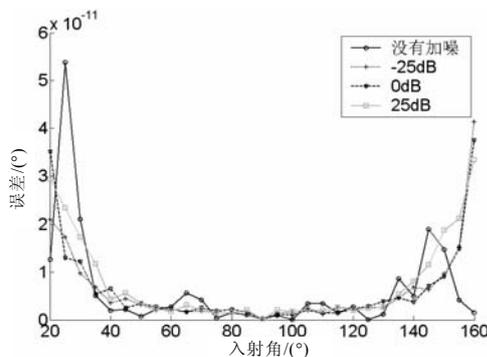


图 1 入射角度与 DOA 估计误差的关系

从图 1 可以清楚地看到: ① 在入射角度较小时, 测向误差相对较大, 并随着入射角的增大而减小。不过, 当入射角度增大到一定程度后 (大于 140°), 误差又再次被迅速放大。② 从总体上来看, 入射角度对 ESPRIT 算法的测向几乎没有影响 (不同入射角度间的 DOA 估计误差不超过 10^{-10} 度), 也就是说, ESPRIT 算法对入射角度并不敏感。③ 信噪比对入射角度与测向误差的关系几乎没有影响, ESPRIT 算法保持了很高的估计精度。

2.2 阵元间距的影响

图 2 是在图 1 所用仿真条件下, 保持两信号入射角度分别为 30° 和 32° 不变, 通过改变阵元间距来观察 ESPRIT 算法测向误差与阵元间距的关系。为防止出现测向模糊, 约束阵元间距不超过半波长宽度。从图 2 所示结果可以看出, ESPRIT 算法测向精度随着阵元间距的增大而提高, 从总体趋势上来看, 信噪比并没有影响阵元间距与测向误差的关系。

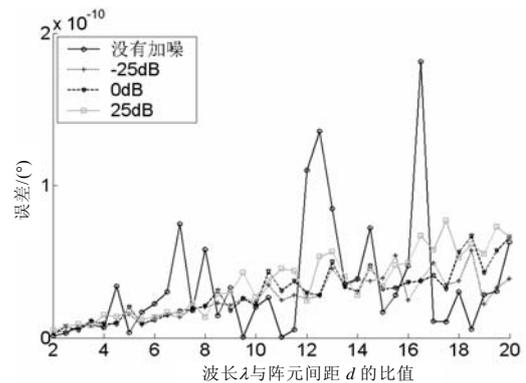


图 2 $d/\lambda \leq 0.5$ 时阵元间距与 DOA 估计误差的关系

2.3 宽带含噪信号的影响

根据空间谱估计理论, 我们知道 ESPRIT 算法是建立在窄带信号的假设前提下, 而在现实的复杂电磁环境中所需要搜索截获的信号形式复杂多样, 往往不可能局限于窄带信号这一样式。因此, 本小节将考察在高斯白噪声背景下不同带宽信号的测向误差。仿真条件与前面的一致, 只是信噪比改为了 -50 dB、 -25 dB、 0 dB。另外, 两入射信号由单频信号改为线性调频信号, 初始频率为 600 MHz, 通过改变调频率来改变入射信号带宽 (调频率为零就成为了单频信号)。图 3 a) 给出的是只有单个信号辐射源的测向误差, 入射角度为 30° , 而图 3 b) 在图 3 a) 的基础上在 31° 新增加了一个辐射信号源以

观察邻近信号的影响。从仿真结果可以看出:

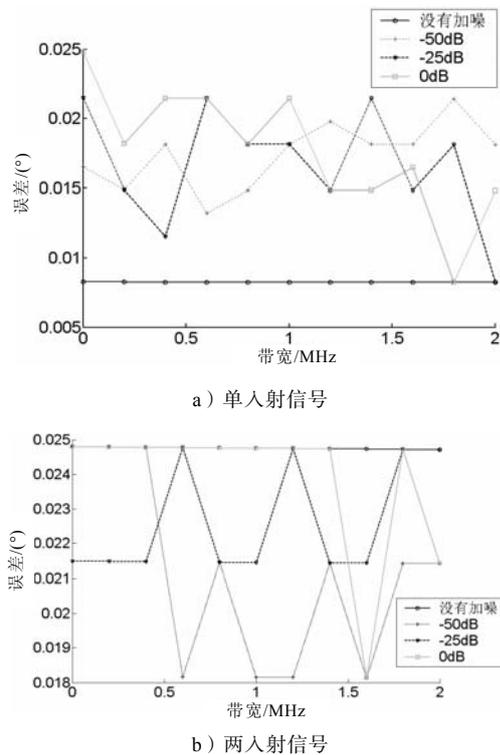


图3 不同带宽的含噪信号测向误差

1) ESPRIT 算法对信号带宽不敏感。不管是图 3 a) 还是图 3 b) 都可以看到, 在没有噪声的情况下, ESPRIT 算法测向误差几乎恒定, 而不受带宽增大的影响。在增加噪声后, 测向误差有所增大, 并且由于噪声的影响而导致 ESPRIT 算法测向误差随信号带宽的递增而随机变化。但是, 不管是单信号入射还是双信号入射, 在信噪比低至 -50 dB 的情况下, 信号带宽增大至 2 MHz , 所引起的测向误差也不超过 0.025° 。这也说明了在噪声背景下 ESPRIT 算法仍然对信号带宽不敏感。同时, 也反映出: 邻近信号的增加并不会改变 ESPRIT 算法对信号带宽的不敏感性, 这一点对于 ESPRIT 算法在复杂电磁环境下的应用是有利的, 因为复杂电磁环境所带来的必然是高密度的信号分布。

2) 对比图 3 a)、b) 两图, 可以发现: ① 当单信号入射时, 从没有噪声的情况到叠加有噪声的 3 种情况, 由于噪声的影响, 测向误差是增大的。不过噪声的强弱对测向误差的影响并没有明显的差异, 从图 3 a) 可以看到分别代表 -50 dB 、 -25 dB 、 0 dB 的 3 条曲线几乎纠缠在一起。② 当两信号入射时, 由于邻近信号的影响, 没有噪声时的测向误差反而高于存在噪声时的测向误差。从图 3 b) 中看

到代表没有噪声的曲线与代表 0 dB 的曲线在大于 1.5 MHz 前是重合在一起, 而代表 -50 dB 和 -25 dB 的两条曲线则总是处于表示没有噪声的曲线下方。这说明: 邻近信号相比噪声来说, 对 ESPRIT 算法测向误差的影响更大。不过, 总体上来看这 4 条曲线的差别是微乎其微的(上下波动的范围不超过 0.007°)。

3) 图 3 的结果并没有表现出 ESPRIT 算法测向误差与信号带宽的任何有规律变化关系, 也就是说, 线性调频信号的频率时变所造成的阵列流形的时变特性并不会对 ESPRIT 算法造成影响, 而这一点却是 MUSIC 算法所无法回避的, 尽管信号带宽的增大所引起的 MUSIC 算法测向误差也很小^[13-15]。这说明: 相比 MUSIC 算法, ESPRIT 算法更适合于对非平稳信号进行 DOA 估计, 而复杂电磁环境中的信号形式往往就是非平稳信号。

3 结论

本文介绍了 ESPRIT 算法的基本步骤, 并着重分析了影响 ESPRIT 算法测向性能的几个因素, 包括: 入射角度、阵元间距、信号带宽、多信源(邻近信号)。可以发现:

1) ESPRIT 算法对法线方向附近入射的信号测向精度要优于线列阵连线方向附近入射的信号, 并且越靠近连线方向误差越大;

2) 在不出现测向模糊的前提下, ESPRIT 算法测向精度随着阵元间距的增大而提高, 其规律不受噪声的影响;

3) 总体来说, ESPRIT 算法对含噪信号带宽不敏感, 且邻近信号要比背景噪声对宽带信号的测向精度影响更大;

4) 比较子空间类空间谱估计算法的两类典型算法——MUSIC 算法^[15-16]和 ESPRIT 算法, 我们可以发现 ESPRIT 算法比 MUSIC 算法更适合于在复杂电磁环境中的应用, 这是因为: ESPRIT 算法精度更高、计算量更小、对信号形式鲁棒性更好(ESPRIT 算法对信号带宽、多信源、非平稳信号的容限更高)。

参考文献:

- [1] ROY R, KAILATH T. ESPRIT—a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise[J]. IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing, 1986,34(10):1340-1342.

- [2] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing, 1989,37(7):984-995.
- [3] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1986,34(3):276-280.
- [4] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004:185-214.
- [5] 刘德树, 罗景青, 张剑云, 等. 空间谱估计及其应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1997:65-68.
- [6] 杨小明, 陶然. 基于分数阶 Fourier 变换和 ESPRIT 算法的 LFM 信号 2D 波达方向估计[J]. 兵工学报, 2007, 28(12):1438-1442.
- [7] 郑春弟, 周伟, 冯大政. 虚拟阵列实 ESPRIT[J]. 信号处理, 2007,23(2):217-221.
- [8] 李毅, 杨菊平. 一种基于 ESPRIT 的改进算法[J]. 信号处理, 2009,25(3):508-511.
- [9] 贾维敏, 刘卫东, 姚敏立, 等. 基于信号子空间的多维参数联合估计[J]. 电波科学学报, 2007,22(1): 117-121.
- [10] 梁军利, 刘丁, 张军英. 基于 ESPRIT 方法的近场源参数估计[J]. 系统工程与电子技术, 2009,31(6):1299-1302.
- [11] 李岩, 王俊, 张守宏. 基于外辐射源的 ESPRIT 超分辨率成像算法[J]. 电子与信息学报, 2009,31(1):143-146.
- [12] 刘剑, 王丰华, 黄知涛, 等. 阵列扩展用于反辐射导弹抗诱偏的研究[J]. 系统工程与电子技术, 2007,29(3):365-367.
- [13] 杨丽娜. 影响 DOA 精度因素的研究[J]. 现代雷达, 2007,29(6):70-73.
- [14] 赵仙红, 杨俊, 赵仙玲. 提高智能天线 DOA 估计准确性的研究[J]. 传感技术学报, 2007,20(1):132-137.
- [15] 邓兵, 平殿发, 刘贤忠, 等. 短波段内多重信号分类算法的窄带假设分析[J]. 海军航空工程学院学报, 2009,24(4):365-368.
- [16] 邓兵, 董云龙, 刘贤忠, 等. 多重信号分类算法测向精度的仿真分析[J]. 海军航空工程学院学报, 2010, 25(1):6-10.

Performance of ESPRIT Algorithm in the Complex Electromagnetic Environment

DENG Bing^a, DONG Yun-long^b, YANG Li-yong^c, WANG Hong-xing^a

(Naval Aeronautical and Astronautical University

a. Department of Electronic and Information Engineering;

b. Department of Scientific Research; c. Graduate Students' Brigade, Yantai Shandong 264001, China)

Abstract: Since the electromagnetic environment has been becoming more and more complex, some new demands have been put forward to improve the application of space spectrum estimation. Aiming at the actual problems, such factors were studied as the incidence angle, the array elements spacing, noisy wide-band signals, and multiple signals (adjacent signal) by simulation. Some conclusions have been drawn, for example, ESPRIT algorithm is more suitable for the application in the complex electromagnetic environment than MUSIC algorithm

Key words: direction of arrival; space spectrum estimation; ESPRIT algorithm; complex electromagnetic environment