文章编号：1673–1522（2012）05-0593–04

基于规范交战方式和 Lanchester 方程的对地攻击兵力需求分析

张 毅，陈 正

（海军航空工程学院研究生管理大队，山东 烟台 264001）

摘 要：针对航空兵对地攻击的兵力需求，研究了一类对抗性质的动态兵力需求问题。首先，分析了航空兵对地攻击的过程和特点，并引入规范交战方式(normal engagenent mode，NEM)的概念；其次，在 NEM 的假设下，由无对抗理想情况下突击特定目标所需兵力和 Lanchester 方程出发，分阶段反推得出对抗情况下的初始兵力需求；最后，用一组数据进行仿真分析，结果表明，对于航空兵对地攻击的兵力需求问题，采用 NEM 和 Lanchester 方程可较好的解决该问题。

关键词：航空兵；对地攻击；兵力需求；规范交战方式；Lanchester 方程

中图分类号：V271.4；E911 **文献标志码**：A

航空兵对地攻击兵力需求分析是在突击效果分析的基础上，为完成上级规定的任务，对一个(或一组)目标所需出动兵力的分析计算，是作战计划的核心内容之一。文献[1]从突击过程的特点出发，建立了基于突击效果的兵力需求概率模型。文献[2-6]用 Lanchester 方程或其改进形式研究了不同作战模式的兵力需求问题。文献[7]用对策论研究了在总兵力一定的情况下，对地支援的兵力需求问题。通过对文献的研究，发现存在的问题：一是没考虑攻击过程的对抗性，如文献[1]；二是虽考虑了对抗性，但没区分对抗的不同特点，如文献[2-6]。因此，本文拟用规范交战方式[1](Normal Engagement Mode，NEM)和 Lanchester 方程理论[7-8]研究对地攻击的兵力需求问题。即设想从预期作战效果(火力毁伤标准)出发，以典型突防过程(对蓝方拦截机的突防和对蓝方地面防空武器的突防)和 NEM 为依据，利用 Lanchester 方程理论反推构建航空兵初始突击兵力需求模型。

1 对地攻击作战过程分析

1.1 对地攻击的特点和过程

航空兵是对地攻击的主要突击力量，具有火力强大、反应敏捷、高速机动、远程奔袭和精确打击的特点。按作战过程分，对地攻击主要由战前筹划、出航、突防、突击和返航组成。其中，兵力需求是战前筹划的主要内容之一，而影响突击兵力需求分析的因素主要有：可用突击兵力数量、作战任务、蓝方目标特性、弹药毁伤效能、蓝方目标防空情况和进入目标效果等。

可用突击兵力数量是兵力需求分析的约束条件，即突击兵力数量不能超过可用突击兵力数量。

作战任务是指依据作战目的而确定的突击目标及毁伤程度，亦即对单个目标、面状目标或作战集团等目标的毁伤标准，例如，对单个目标有轻度毁伤、中度毁伤、严重毁伤和摧毁；对面状目标有削弱、压制和摧毁；对集团目标有削弱、压制和歼灭。

蓝方目标特性主要考虑的是目标的物理特性，即目标的运动、分布、大小、形状、结构、隐蔽性、抗毁程度和再生能力等因素。

弹药毁伤效能是以命中即毁伤的条件概率来度量目标被命中后能否遭到毁伤的问题[9]。它主要包括目标的易损性分析与评估和弹药的毁伤威力。

蓝方对空防御体系通常由地面雷达(空中预警机)预警系统、战斗机防御系统、地空导弹和高炮防御系统、指挥控制系统组成，构成严密的远中近程、

收稿日期：2011-10-15； **修回日期**：2012-06-20

作者简介：张 毅（1979–），男，工程师，博士生。

高中低空搭配的立体防御体系。因此，航空兵进行突防时主要是与对方歼击航空兵、地空导弹兵、高射炮兵、雷达兵以及电子对抗部队作战。突破蓝方防空体系是航空兵突击地(水)面目标战斗的重要组成部分，也是能否毁伤目标的前提。

进入目标是指突击飞机由进入目标起点机动至攻击起始位置的整个飞行过程。它包括搜索、发现、识别和操纵飞机转向目标构成攻击条件等内容。因此，航空兵进入目标的能力，通常用进入目标的概率(即首次进入对目标实施攻击的可能性)来衡量。进入目标概率包括：突击机群到达预定作战区域概率、作战指挥系统将突击飞机引导至相关目标概率、飞行人员发现目标概率和成功实施攻击概率。

由以上分析可知，对地攻击兵力需求分析是复杂的过程，与许多因素有关。因此，要对作战过程和影响兵力需求的因素进行抽象和简化。

1.2　规范交战方式

假设可用突击兵力数量足够多,作战任务已知，并且经过战前的情报收集和分析，已知蓝方目标特性和弹药毁伤效能。因此，仅考虑蓝方目标防空情况和进入目标效果，并且对蓝方目标防空情况和进入目标效果也进行简化考虑(参见图 1)。

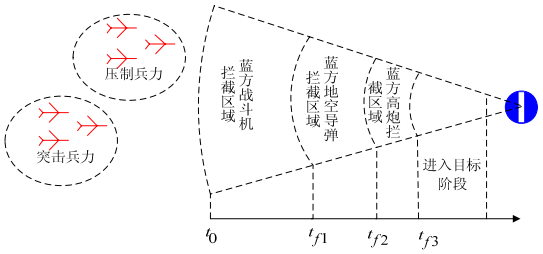


图 1　规范交战方式几何关系

假设蓝方目标防空系统依次有 3 道防线：战斗机防御系统、地空导弹和高炮防御系统。假设红方航空兵分成 2 部分[1]：第一部分为压制兵力，这一部分又分为与蓝方战斗机空战的兵力、压制蓝方地空导弹的兵力和压制蓝方高炮的兵力；第二部分为突击兵力，假设突击飞机为同一类型并携载同一类型和相同数量的弹药。为此，引入 NEM 的定义。

定义 1：规范交战方式[1]。规范交战方式是指在作战过程中红蓝双方担负不同任务的兵力都是严格按照交战规则、顺次完成自己的任务。亦即在突破每一道防线的过程中，红方担负压制任务的兵力只完成分配给自己的任务，先与这道防线的蓝方兵力交战，之后，蓝方剩余的防空兵力抗击红方的突击兵力，红方受抗击后的剩余兵力完成此道防线的突防，继续遂行后续任务。

2　对地攻击兵力需求建模

2.1　理想情况下无对抗的兵力需求模型

设作战任务为短期封锁蓝方沿岸一级机场。经战前情报侦察和分析、目标易损性分析和弹药威力分析知，欲达成作战目的需要某型对地攻击弹药 m 枚，红方某型飞机可挂载该型弹药 n 枚，则突击飞机均可一次进入目标的情况下，有

$$r_{I1}=\frac{m}{n}, \tag{1}$$

式中，r_{I1} 为突击飞机均可一次进入目标的情况下所需的突击飞机数量。

若突击飞机编队进入目标概率为 P，并假设一次进入目标即发射/投掷所有的对地攻击弹药，则理想情况下无对抗所需的飞机架数为

$$r_{IP}=\frac{r_{I1}}{P}, \tag{2}$$

式中，r_{IP} 为进入目标概率为 P 的无对抗理想情况下所需的飞机数量。

2.2　基于 NEM 的 Lanchester 兵力需求模型

在 NEM 的假设下，突击兵力仅受到剩余蓝方各防线防空兵力的威胁。设蓝方剩余的战斗机数量、地空导弹火力单位数和高炮火力单位数分别为 b_f、b_m 和 b_a，并设突击兵力进入蓝方各防线的开始时刻分别为 t_0 (不妨设为 0 时刻)、t_{f1} 和 t_{f2}，脱离蓝方高炮拦截区域并到达进入目标起点的时刻为 t_{f3}。

Lanchester 微分方程的一般形式为：

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-\alpha r^{2-p}b,\ \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}=-\beta b^{2-q}r\ 。 \tag{3}$$

式(3)中，各符号含义参考文献[9]。

在 NEM 下可知，突击兵力不消耗蓝方防空兵力，因而引入“铁人”[9]Lanchester 模型(即 $\beta=0$)。接下来由无对抗理想情况下的所需飞机数量 r_{IP} 出发，反推求出对地攻击的初始兵力需求。

1)对抗蓝方高炮的兵力需求模型。设突击飞机对抗蓝方高炮兵力符合“面积”火力条件，由式(3)得：

$$\frac{\mathrm{d}r_a}{\mathrm{d}t}=-\alpha_a r_a b_a,\ \ b_a(t)=b_a\ 。 \tag{4}$$

式(4)中：α_a 为蓝方高炮兵力对突击飞机的消耗率

系数；r_a 为 t 时刻突击飞机数量，其中，$t\in\left[t_{f2},t_{f3}\right]$。

求解方程(4)可得：

$$r_a\left(t_{f2}\right)=r_a\left(t_{f3}\right)\exp\left[\alpha_a b_a\left(t_{f3}-t_{f2}\right)\right]=r_{IP}\exp\left(\alpha_a b_a\Delta t_2\right),\tag{5}$$

式中，$\Delta t_2=t_{f3}-t_{f2}$。若设 r_{IPa} 为 t_{f2} 时刻突击飞机数量，则

$$r_{IPa}=r_{IP}\exp\left(\alpha_a b_a\Delta t_2\right)。\tag{6}$$

2)对抗蓝方地空导弹的兵力需求模型。设突击飞机对抗蓝方地空导弹兵力符合“直瞄”火力条件，则由式(3)得：

$$\frac{\mathrm{d}r_m}{\mathrm{d}t}=-\alpha_m b_m\ ,\ \ b_m\left(t\right)=b_m。\tag{7}$$

式(7)中：α_m 为蓝方地空导弹兵力对突击飞机的消耗率系数；r_m 为 t 时刻突击飞机数量，$t\in\left[t_{f1},t_{f2}\right)$。

求解方程(7)可得：

$$r_m\left(t_{f1}\right)=r_m\left(t_{f2}\right)+\alpha_m b_m\left(t_{f2}-t_{f1}\right)=r_{IPa}+\alpha_m b_m\Delta t_1。\tag{8}$$

式(8)中：$\Delta t_1=t_{f2}-t_{f1}$；$r_{IPa}=r_m\left(t_{f2}\right)=r_a\left(t_{f2}\right)$。

若设 r_{IPm} 为 t_{f1} 时刻突击飞机数量，则

$$r_{IPm}=r_{IP}\exp\left(\alpha_a b_a\Delta t_2\right)+\alpha_m b_m\Delta t_1。\tag{9}$$

3)对抗蓝方拦截机的兵力需求模型。设突击飞机对抗蓝方战斗机兵力符合“直瞄”火力条件，则由式(3)得：

$$\frac{\mathrm{d}r_f}{\mathrm{d}t}=-\alpha_f b_f\ ,\ \ b_f\left(t\right)=b_f。\tag{10}$$

式(10)中：α_f 为蓝方战斗机兵力对突击飞机的消耗率系数；r_f 为 t 时刻突击飞机数量，$t\in\left[t_0,t_{f1}\right)$。

求解方程(10)可得：

$$r_f\left(t_0\right)=r_f\left(t_{f1}\right)+\alpha_f b_f\left(t_{f1}-t_0\right)=r_{IPm}+\alpha_f b_f\Delta t_0。\tag{11}$$

式(11)中：$\Delta t_0=t_{f1}-t_0$；$r_{IPm}=r_m\left(t_{f1}\right)=r_f\left(t_{f1}\right)$。

若设 r_{IP0} 为 t_0 时刻突击飞机数量，则

$$r_{IP0}=r_{IP}\exp\left(\alpha_a b_a\Delta t_2\right)+\alpha_m b_m\Delta t_1+\alpha_f b_f\Delta t_0。\tag{12}$$

至此已推导出达成预定作战目的所需的突击飞机数量，即 r_{IP0}。由于突击飞机数量为整数，因而需要对式(12)进行向上取整运算。

4)关于消耗率系数和时间的求法。一般而言，Lanchester 消耗率系数 α 由下式给出[8]：

$$\alpha=\frac{1}{E\left[T_{rb}\right]}。\tag{13}$$

式(13)中：T_{rb} 为一个随机变量(random variable，r.v.)，并且表示的是单个 b 火力杀伤单个 r 目标的时间。如果设 T (r.v.)为一个火力杀伤一个目标的时间，那么 T 为

$$T=T_a+T_{k|a}\ ,\tag{14}$$

式(14)中：T_a 为目标获取时间；$T_{k|a}$ 为杀伤已获取目标的时间。考虑一种最简单的情况 —— 假设：①相同的射击速率；②射击结果之间统计独立，则有

$$E\left[T_{k|a}\right]=\frac{1}{vP_{\mathrm{SSK}}}。\tag{15}$$

式(15)中：v 为有效射击速率；P_{SSK} 为单发杀伤概率。

如果设 $E\left[T_a\right]=t_a$，那么有

$$E\left[T\right]=t_a+\frac{1}{vP_{\mathrm{SSK}}}\ ,\tag{16}$$

因此，

$$\alpha=\frac{1}{E\left[T_{rb}\right]}=\left(t_{a_{rb}}+\frac{1}{v_b P_{\mathrm{SSK}_{rb}}}\right)^{-1}。\tag{17}$$

若设突击飞机取捷径以匀速 v_0 飞向目标区域，则有：

$$\Delta t_0=S_0/v_0\ ,\ \ \Delta t_1=S_1/v_0\ ,\ \ \Delta t_2=S_2/v_0。\tag{18}$$

式(18)中：S_0、S_1 和 S_2 分别是蓝方战斗机、地空导弹和高炮的拦截区域纵深。

3　仿真分析

3.1　简单算例

假设上级赋予红方航空兵部队短期封锁蓝方机场的作战任务。经战前情报侦察、分析和预测，蓝方防空系统信息如表 1 所示。

表 1　蓝方防空系统信息

参数	战斗机	地空导弹	高炮
拦截区域纵深/km	100	80	20
架数/火力单位数	1	1	2
目标获取时间/s	45	40	100
单发杀伤概率	0.6	0.7	0.001
有效射击速率/(发/min)	0.2	0.3	60

注：假设蓝方弹药不受限

若达成作战任务需要某型弹药 18 枚，红方突击兵力每架飞机可挂载该型弹药 4 枚，并以 $v_0=900$ km/h 的速度取捷径飞向目标区域，进入目标概率为 $P=0.9$。则由式(1)、(2)、(17)、(18)、(12)可得所需突击兵力数量为 7.499 2 架，即 8 架。

3.2　影响参数分析

若蓝方防空系统信息不变，见表 1，而红方机

突防速度、进入目标概率、挂弹数和达成作战任务所需的弹药数量分别发生变化，则所需突击兵力数量与各因素的变化关系见图 2。

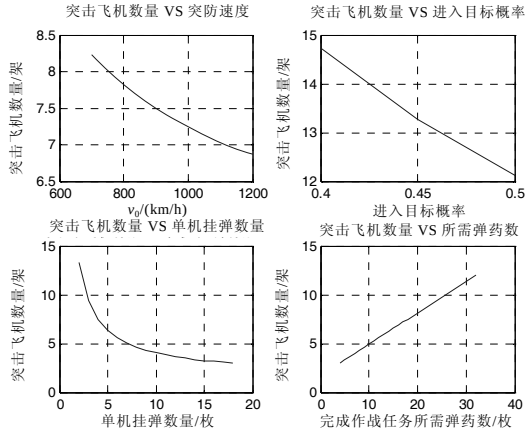


图 2 突击飞机数量与各因素的变化关系

由图 2 可见，完成任务所需的突击飞机数量随着突防速度、进入目标概率和单机挂弹数的减少而减少，随着完成作战任务所需弹药数增加而增加。这符合作战常识，也说明了本文所给模型的合理性。

4 结论

战斗胜利与否是红蓝双方许多因素共同作用的结果，其间既有主要因素，也有次要因素。本文针对对地攻击的兵力需求问题，采用 NEM 方法，用“铁人”Lanchester 模型得出了对地攻击兵力需求的模型。仿真结果验证了模型的合理性。

参考文献：

[1] 刘奇志，宋宁. 空中进攻作战航空兵兵力需求分析模型[J]. 系统工程理论与实践, 2008,28(10):138-143.

[2] 朱祝华，宁伟华. 区域防空中地空导弹兵兵力需求估算[J]. 电光与控制, 2008,15(5):38-40, 43.

[3] 包强，张庆捷，刘阳，等. 突袭敌方指挥所兵力需求仿真[J]. 火力与指挥控制, 2009,34(11):95-97.

[4] 胡正东，张士峰，蔡洪. 一种快速确定导弹火力需求量的方法[J]. 现代防御技术, 2007,35(6):83-86.

[5] 曹泽阳，王颖龙，高虹霓. 战区地面防空兵力需求估算模型研究[J]. 系统工程与电子技术，2003,25(9): 1099-1101, 1172.

[6] 梁宇，李勇，尤志锋，等. 摧毁固定目标的空袭兵器需求量算法研究[J]. 现代防御技术，2006,34(5):19-22.

[7] JAMES G TAYLOR. Lanchester-type models of warfare, volume Ⅱ[R]. ADA090843, 1980.

[8] BRUCE W FOWLER. De physica Belli: an introduction to Lanchester attrition mechanics: part one. ADA315995[R]. Fort Belvoir: Defence Technical Information Center, 1995.

[9] 王凤英，刘天生. 毁伤理论与技术[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2009:194-195.

Force Requirement Analysis of Air-to-Ground Attack Based on Normal Engagement Mode and Lanchester Equations

ZHANG Yi，CHEN Zheng

（Graduate Students’ Brigade，NAAU，Yantai Shandong 264001，China）

Abstract: Aiming at aviation force requirement of air-to-ground attack, a kind of dynamic force requirement with antagonism was studied. Firstly, the process and characteristic of air-to-ground was analyzed and the concept of normal engagement mode (NEM) was introduced. Secondly, with the hypothesis of NEM, basing on the ideal force requirement of given target with no antagonism and the Lanchester equations, the initial force requirement with antagonism was educed by reversion. Lastly, a set of data was used to simulate and analyze. The result showed that calculating force requirement of air-to-ground attack was preferable to using NEM and Lanchester equations.

Key words: aviation; air-to-ground attack; force requirement; standard engagement mode; Lanchester equation