文章编号：1673-1522(2014)02-0173-05 DOI: 10.7682/j.issn.1673-1522.2014.02.015

基于随机截尾的导弹值班可靠性分析

唐嘉钰[a]，赵建印[b]

(海军航空工程学院 a. 学员旅；b. 兵器科学与技术系，山东 烟台 264001)

摘 要：考虑到导弹值班环境同岸上贮存环境存在诸多明显差异，对于导弹值班数据的寿命分布规律应当进行单独研究。运用残存比率法对某型导弹的值班数据进行了可靠性数据处理和分析，分别用指数分布和三参数威布尔分布进行拟合，并证明了三参数威布尔分布能更好地描述导弹值班可靠性。

关键词：导弹值班可靠性；随机截尾；威布尔分布；残存比率法

中图分类号：TJ761.1 文献标志码：A

导弹属于长期贮存、一次使用的作战武器，也是各类水面舰艇的关键组成部分，其性能好坏直接影响舰艇的作战效能和遂行作战任务的能力。导弹值班、贮存状态可靠性是导弹的一项重要战术技术指标，其高低关系到战场战斗力能否迅速形成。近年来人们通常将舰上战备值班状态作为贮存状态的一种特例，多采用定时截尾或定数截尾方式对导弹贮存可靠性进行一般性分析[1-5]。然而，由于舰艇活动范围广，续航时间长，经历海洋环境复杂，作战任务多样，因而舰上值班导弹的贮存同岸基贮存可能有差异。总体上舰艇处于一个高温、高湿、高盐雾的海洋环境中，非金属材料橡胶、塑料等制品极易老化，导致电性能下降。同时高温、高湿、高盐雾会加速金属的锈蚀，进而影响导弹的可靠性[6]。又考虑到受所处环境局限，值班导弹发生的故障难以及时修复，因而研究导弹值班可靠性成为一个重要问题。

对复杂的电子仪器设备以及导弹等武器装备，一般情况下默认其寿命服从指数分布。在进行导弹贮存可靠性分析时，也通常依此建立指数分布模型。然而同岸上洞库贮存环境相比，导弹随舰值班环境更加恶劣，发射箱内温度难于控制，受震动环境的影响舰面稳定性较差。诸多环境因素的影响将引起导弹内部各部件、分系统的机械应力、化学应力、热应力等特性参数发生变化。因此，对于值班导弹的具体寿命分布，需要结合实地收集的值班数据进行分析及检验。

1 随机截尾试验的经验分布函数计算

可靠性截尾试验通常包含定数截尾和定时截尾及随机截尾3种试验方式。随机截尾试验是指参加试验的样本，由于某种原因中途撤离了试验，或在现场收集产品可靠性数据时，某些被收集的产品信息中途失去或统计之时产品尚未寿终。其中，中途失去观测的样本称为删除样本。值班导弹装入发射箱内吊上舰后，会对导弹进行一次射前检查。导弹舰上值班时间通常依据每次作战任务需求的不同而改变，而并不遵循特定规律。值班期满后，装有导弹的发射箱调运回技术阵地进行全面测试检查，并统计值班期间发生的故障数。统计之时有极大可能存在部分样本尚未发生故障，这一特性符合随机截尾试验的情况，因而可认为舰上战斗值班的导弹所面对的是随机截尾的情况。这些统计时尚未寿终的样本称为删除样品。

设 n 为参加试验的样本数，k 为删除样本数，r 为故障样本数，则有 $n=r+k$。

下面采用残存比率法[7]计算导弹值班可靠度的经验分布函数。

假设导弹在某一时刻 t_i 的可靠度为

$$R(t_i)=R(t_{i-1})\cdot S(t_i)\text{，} \tag{1}$$

式中，$S(t_i)$ 为样本在时间区间 (t_{i-1},t_i) 内的残存概率，为一条件概率。它表示在 t_{i-1} 时刻无故障的样本继续维持可用状态至 t_i 时刻的概率，其计算公式为

$$S(t_i)=\frac{n_s(t_{i-1})-\Delta r(t_i)}{n_s(t_{i-1})}\text{。} \tag{2}$$

式(2)中：$n_s(t_{i-1})$ 为在 t_{i-1} 时刻继续受试的样本数；$\Delta r(t_i)$ 为在区间 (t_{i-1},t_i) 内发生的故障数。

$n_s(t_i)$ 可由下式得到

$$n_s(t_i)=n-\sum_{j=1}^{i}\left[\Delta r(t_j)+\Delta k(t_j)\right]\text{。} \tag{3}$$

式(3)中：n 为参加试验的样本总数；$\Delta k(t_j)$ 为时间

收稿日期：2014-01-20； 修回日期：2014-02-14

作者简介：唐嘉钰(1992-)，女，大学。

(t_{j-1},t_j) 内删除的样本数。

下面利用整理后的导弹值班数据计算某型弹可靠度经验分布函数,结果见表1。

表1 某型导弹值班可靠性经验分布函数计算结果

Tab.1 Calculation results of the empirical distribution function to the reliability of a type of missile

序号	t_i/h	$\Delta r(t_i)$	$\Delta k(t_i)$	$n_s(t_{i-1})$	$S(t_i)$	$R(t_i)$	$F_n(t_i)$
	已知	已知	已知	$n-\sum_{j=1}^{i}\left(\Delta r(t_i)_j+\Delta k(t_i)_j\right)$	$\frac{n_s(t_{i-1})_{i-1}-\Delta r(t_i)_i}{n_s(t_{i-1})_{i-1}}$	$S(t_i)_i\cdot R(t_i)_{i-1}$	$1-R(t_i)_i$
0	0			126		1	0
1	24	1	1	124	0.992 1	0.992 1	0.007 9
2	48	2	11	111	0.983 9	0.976 13	0.023 87
3	65	2	8	101	0.982 0	0.958 56	0.041 44
4	75	2	4	95	0.980 2	0.939 57	0.060 43
5	81	1	1	93	0.989 5	0.929 71	0.070 29
6	96	1	7	85	0.989 2	0.919 67	0.080 33
7	97	2	6	77	0.976 5	0.898 06	0.101 94
8	99	1	0	76	0.987 0	0.886 38	0.113 62
9	122	1	9	66	0.986 8	0.874 68	0.125 32
10	165	3	17	46	0.954 5	0.834 89	0.165 11
11	173	2	11	33	0.956 5	0.798 57	0.201 43
12	174	1	4	28	0.969 7	0.774 37	0.225 63
13	175	1	6	21	0.964 3	0.746 73	0.253 27
14	200	1	20	0	0.952 4	0.711 18	0.288 82

2 值班可靠性指数模型

指数分布在一定条件下可用来描述大型复杂系统故障间隔时间的分布。指数分布具有计算简单、参数容易估计和故障率可加性等优点。由于指数分布的故障率是常数,与时间无关,因而它具有无记忆性的特点,即故障的出现与过去的情况无关,是独立的。依据参考文献[8]的导弹值班评估经验,根据值班数据进行导弹值班可靠性评估时,可假设导弹贮存寿命分布为指数分布。

指数分布故障密度函数为

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda t}(0\leqslant t<\infty,0<\lambda<\infty)\ ; \tag{4}$$

分布函数为

$$F(t)=1-e^{-\lambda t}(0\leqslant t<\infty,0<\lambda<\infty)\ 。\tag{5}$$

式(4)、(5)中,λ 为指数分布的参数,与时间无关。

已知值班数据样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 独立同分布,均服从指数分布,分布函数为

$$F(t)=1-e^{-\lambda t}(0\leqslant t<\infty,0<\lambda<\infty)\ ,\tag{6}$$

式中,λ 为指数分布的参数,与时间无关。

由于每次值班时间随任务要求变化而不同,因而可认为随机截尾时间 $\{L_i\}$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 互相独立,其分布函数为 $G_i(t)$ $(i=1,2,\cdots,n)$,概率密度函数为 $g_i(t)$ $(i=1,2,\cdots,n)$。假设值班时故障间隔时间同截尾时间无关,即 $\{X_i\}$ 与 $\{L_i\}$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 也相互独立。

导弹值班任务结束时间主要受任务要求、海域天气环境等影响,故可合理假定随机截尾时间的分布与未知参数 λ 无关。

值班期满后,装有导弹的发射箱调运回技术阵地进行全面测试检查。对于受试样本只能观察到 $Y_i=X_i\wedge L_i(i=1,2,\cdots,n)$。记

$$\delta_i=\begin{cases}1,\ 若X_i\leqslant L_i\\0,\ 若X_i>L_i\end{cases}(i=1,2,\cdots,n)\ 。\tag{7}$$

显然,$\delta_i=1$ 表示值班期满后经测试检查发现导弹有故障,$\delta_i=0$ 表示值班结束后导弹仍处于正常状态。因此,对第 i 个值班样本 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 而言,可用一对随机变量 $(Y_i,\delta_i)(i=1,2,\cdots,n)$ 描述试验是否截尾,以及试验的时间长度。试验终止时可得到 n 组观察值:

$$(y_i,\delta_i),\ i=1,2,\cdots,n\ 。\tag{8}$$

根据这些观察值估计指数分布中的未知参数 λ。

当 $\delta_i=1$ 时,

$$P\{Y_i\leqslant y_i,\delta_i=1\}=$$
$$P\{X_i\leqslant L_i,X_i\leqslant y_i\}=\int_0^{y_i}\bar{G}_i(x)\cdot f(x;\lambda)\mathrm{d}x\ 。\tag{9}$$

式(8)对 y_i 求导,得

$$L_i(y_i,\delta_i=1;\theta)=f(y_i;\theta)\cdot\bar{G}_i(y_i)\ 。\tag{10}$$

同理,当 $\delta_i = 0$ 时,

$$L_i(y_i,\delta_i = 0;\theta) = \bar{F}(y_i;\theta)\cdot g_i(y_i)\text{。} \tag{11}$$

由此可得 $(Y_i,\delta_i)(i = 1,2,\cdots,n)$ 的联合密度为

$$L_i(\lambda) = L_i(y_i,\delta_i;\lambda) = \\ \left[f(y_i;\lambda)\cdot\bar{G}_i(y_i)\right]^{\delta_i}\cdot\left[g_i(y_i)\cdot\bar{F}(y_i;\lambda)\right]^{1-\delta_i}\cdot \\ \left[\lambda e^{-\lambda y_i}\cdot\bar{G}_i(y_i)\right]^{\delta_i}\cdot\left[g_i(y_i)\cdot e^{-\lambda y_i}\right]^{1-\delta_i}\text{。} \tag{12}$$

进一步,$(Y_1,\delta_1),(Y_2,\delta_2),\cdots,(Y_n,\delta_n)$ 的联合密度为

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} L_i(y_i,\delta_i;\lambda) = \\ \prod_{i=1}^{n}\left[g_i^{\,1-\delta_i}(y_i)\cdot\bar{G}_i^{\,\delta_i}(y_i)\right]\cdot\prod_{i=1}^{n}\left[\left(\lambda e^{-\lambda y_i}\right)^{\delta_i}\cdot\left(e^{-\lambda y_i}\right)^{1-\delta_i}\right]\text{。} \tag{13}$$

由于截尾时间分布中不含未知参数 λ,故式(13)可写为

$$L(\lambda) = A\cdot\prod_{i=1}^{n}\left(\lambda^{\delta_i}\cdot e^{-\lambda y_i}\right)\text{,} \tag{14}$$

式中,$A = \prod_{i=1}^{n}\left[g_i^{\,1-\delta_i}(y_i)\cdot\bar{G}_i^{\,\delta_i}(y_i)\right]$,为与 λ 无关的函数。

记值班期满观察到的故障总数为

$$\delta = \sum_{i=1}^{n}\delta_i\text{。} \tag{15}$$

由 $(Y_1,\delta_1),(Y_2,\delta_2),\cdots,(Y_n,\delta_n)$ 的联合密度可知,似然函数为

$$L(\lambda) = A\cdot\lambda^{\delta}\cdot e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} y_i}\text{,} \tag{16}$$

式中,A 与 λ 无关。由此可得导弹值班故障率 λ 的最大似然估计 $\hat{\lambda}$ 为

$$\hat{\lambda} = \frac{\delta}{\sum_{i=1}^{n} y_i}\text{。} \tag{17}$$

据此,对某型导弹值班可靠性进行分析[9],计算得到其故障率的最大似然估计值为 0.001 3,均方差值(RMSE)为 0.032 61,残差平方和(SSE)为 0.014 89。

本文主要采用柯尔莫哥洛夫—斯米尔诺夫检验法(简称 K-S 检验法)来判断值班数据的实际分布是否与理论分布相符合[10]。将值班数据的分布和指数分布进行比较,确定两者之间符合程度,最终确定是否有理由认为值班导弹寿命的观察结果来自指数分布的总体。K-S 单样本检验法通过值班数据样本的累积分布函数 $F_p(t)$ 与理论的指数分布函数 $F(t)$ 的比较来进行拟合优度检验。

假设:

$$H_0{:}F(t) = 1 - e^{-\lambda t}\text{;}\ H_1{:}F(t) \neq 1 - e^{-\lambda t}\text{。} \tag{18}$$

则检验的统计量为两分布函数之间的最大偏差,

$$D_n = \max\left\{\left|F(t) - F_p(t)\right|\right\}\text{。} \tag{19}$$

依据试验样本容量 n 和显著性水平 α 可查出临界值 D_n^{α},通过比较 D_n 和 D_n^{α} 的大小可判断值班寿命分布与指数分布的拟合情况。若 $D_n < D_n^{\alpha}$,则可认为拟合是满意的。取置信度为 $1 - \alpha = 0.95$,计算理论分布和经验分布的差异度 $D_n = 0.039\,3$,查表得 $D_n^{\alpha} = 0.349\,0$。$D_n < D_n^{\alpha}$,所以接受假设,可认为值班故障分布服从上述参数的指数分布。

3 值班可靠性威布尔分布模型

威布尔分布在可靠性工程中,因为其具有较大的适应性而得到广泛的应用[11]。对现场观测采集的值班数据进行可靠性分析与评估,采用两参数威布尔分布易带来较大误差,故选取三参数威布尔分布数值计算法来进行拟合及参数估计,这样可得到较高的精度并能较为准确地反映导弹值班可靠性的实际情况[12]。

威布尔分布的概率密度函数为

$$f(t) = \frac{m}{t_0}(t-\gamma)^{m-1}e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}}\text{。} \tag{20}$$

累积分布函数为

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{(t-\gamma)^m}{t_0}}\text{。} \tag{21}$$

式(20)、(21)中:m 为形状参数;γ 为位置参数;t_0 为尺度参数。

将分布函数整理变换得

$$\ln\ln\frac{1}{1-F(t)} = m\ln(t-\gamma) - \ln t_0\text{。} \tag{22}$$

令

$$y = \ln\ln\frac{1}{1-F(t)} = bx + a\text{,} \tag{23}$$

式中:$b = m$;$x = \ln(t - t_0)$;$a = -\ln t_0$。

威布尔分布的线性回归方程为

$$y = bx + a\text{。} \tag{24}$$

依据最小二乘法原理可知,回归系数和相关系数分别可由下式计算得到:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\text{;} \tag{25}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}\text{;} \tag{26}$$

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}。 \tag{27}$$

式(25)~(27)中：$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$；$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i}{n}$。

采用右逼近法对 γ 进行估计，对于导弹值班数据 $(t_i,F(t_i)),i=1,2,\cdots,n$，取 $\gamma_1=\min\{t_i\}$ 为位置参数 t_0 的初始值，并求得此时相关系数 r_{01}。选取步长 Δ（一般可选 $\Delta=0.05\gamma_1$），然后从 $\gamma_2=\gamma_1-\Delta$ 开始下降，分别重复上述步骤进行计算，求出每次的相关系数 r_{0i}，当 $\{r_{0i}\}$ 最大时，所对应的 t_i 即为所求位置参数的估计值。

用上式公式计算导弹值班数据得：

$t_0=1.059\,2\times10^5$，$\gamma=-17.203\,1$，$m=1.940\,3$，

此时，$\mathrm{RMSE}=0.016\,49$，$\mathrm{SSE}=0.003\,81$。

同样采用 $K-S$ 单样本检验法进行威布尔分布的假设检验。取置信度为 $1-\alpha=0.95$，计算理论分布和经验分布的差异度 $D_n=0.040\,1$，查表得 $D_n^{\alpha}=0.349\,0$。$D_n<D_n^{\alpha}$，故同样可接受假设，认为故障分布服从上述估计参数的威布尔分布。

4 值班可靠性指数模型与威布尔模型比较

前文所述2种模型的函数拟合曲线如图1所示。

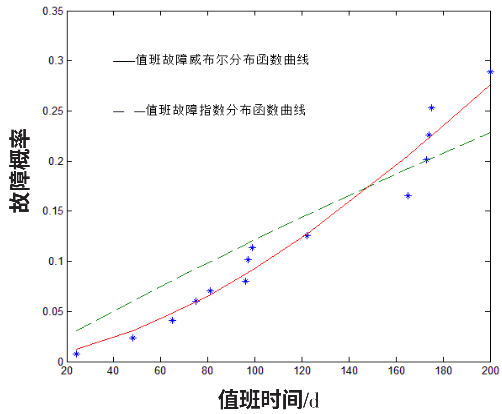

图1 导弹值班故障指数分布、威布尔分布函数曲线图

Fig.1 Function graph of the exponential distribution and the weibull distribution to on-duty fault of the missile

通过前文分析结合图1可知，指数模型与三参数威布尔模型均可较好地描述导弹值班可靠性，但威布尔分布更接近于数据的实际变化趋势。利用相关软件分别用2种模型进行拟合时，相关统计参数值如表2所示。相关系数平方 R^2，即决定系数，它通过数据的变化来表征拟合效果。R^2 越接近于1，表明自变量对于因变量的解释能力越强，模型的拟合效果越好。SSE计算的是拟合数据和原始数据对应点的误差平方和，SSE越接近于0，说明模型拟合的效果越好，数据预测也越成功。均方根误差（RMSE）则可由下式获得：

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{\mathrm{SSE}}{n}}。 \tag{28}$$

表2 两种拟合模型统计参数值

Tab.2 Statistical parameters of two fitting models

参数	指数模型	威布尔模型
相关系数 R	0.971 06	0.981 10
相关系数平方 R^2	0.942 97	0.962 55
残差平方和 SSE	0.014 89	0.003 81
均方根误差 RMSE	0.032 61	0.016 49

通过比较统计参数和函数曲线可发现，同指数分布模型相比，三参数威布尔分布能更好地描述导弹值班时的可靠性。

5 结束语

导弹战备值班时所处的舰上环境与库房贮存环境截然不同，因而其可靠性分析与保障要求也有着特殊性。本文通过某型导弹值班数据的具体处理分析对于导弹值班故障经验分布函数进行了非线性拟合。拟合结果表明指数分布和威布尔分布都可用于描述导弹值班可靠性，但经过上述分析，威布尔分布较指数分布拟合精度更高。

参考文献：

[1] 徐廷学. 基于定期检测的导弹贮存可靠性研究[J]. 弹箭与制导学报，2008，28（1）：7-9.

XU TINGXUE. Study on storage reliability based on periodical test for missiles[J]. Journal of Projectiles，Rockets，Missiles and Guidance，2008，28（1）：7-9.（in Chinese）

[2] 刘春和，陆祖建，袁玉华. 导弹贮存可靠性评估[J]. 数学的实践与认识，2001，31（4）：416-420.

LIU CHUNHE，LU ZUJIAN，YUAN YUHUA.The storage reliability assessment for missile[J]. Mathematics in Practice and Theory，2001，31（4）：416-420.（in Chinese）

[3] 李海波，张正平，黄波，等. 导弹贮存试验技术与贮存可靠性评估方法研究[J]. 质量与可靠性，2006，6（6）：20-23.

LI HAIBO，ZHANG ZHENGPING，HUANG BO，et al.

Study on storage experiment technology and storage reliability assessment for missiles[J]. Quality and Reliability, 2006,6(6):20-23.(in Chinese)

[4] 茆诗松,汤银才,王玲玲. 可靠性统计[M]. 北京:高等教育出版社,1987:123-125.
MAO SHISONG, TANG YINCAI, WANG LINGLING. Reliability statistics[M]. Beijing:Higher Education Press, 1987:123-125.(in Chinese)

[5] 傅惠民,岳晓蕊. 定时截尾数据回归分析方法[J]. 航空动力学报,2010,25(1):142-147.
FU HUIMIN, YUE XIAORUI. Regression analysis method for censored data[J]. Journal of Aerospace Power, 2010,25(1):142-147.(in Chinese)

[6] 曲晓燕,邓力. 舰载武器海洋环境适应性分析[J]. 舰船电子工程,2011,31(4):138-140.
QU XIAOYAN, DENG LI. Analysis of the environmental worthiness of shipborne weapons in marine environment[J]. Ship Electronic Engineering, 2011, 31(4):138-140.(in Chinese)

[7] 贺国芳. 可靠性数据的收集与分析[M]. 北京:国防工业出版社,1995:41-43.
HE GUOFANG. Reliability data collection and analysis [M]. Beijing:National Defense Industry Press, 1995:41-43.(in Chinese)

[8] 李久祥,刘春和. 导弹贮存可靠性设计应用技术[M]. 北京:海潮出版社,2001:279-292.
LI JIUXIANG, LIU CHUNHE. Storage reliability design and application for missiles[M]. Beijing:Haichao Press, 2001:279-292.(in Chinese)

[9] 唐家德. 基于Matlab的非线性曲线拟合[J]. 计算机与现代化,2008(6):15-19.
TANG JIADE. Nonlinear curve fitting based on Matlab [J]. Computer and Modernization, 2008(6):15-19.(in Chinese)

[10] 张显余,付长安,朱治国,等. 应用三参数威布尔分布分析LS-16E型机轮可靠性[C]//吉林省第七届科学技术学术年会. 长春,2012:265-267.
ZHANG XIANYU, FU CHANG'AN, ZHU ZHIGUO, et al. Reliability analysis of LS-16E based on the Weibull model with three parameters[C]//Jilin 7th Technology Annual Conference. Changchun, 2012:265-267.(in Chinese)

[11] 黄傲林,叶灵军. 基于威布尔分布的舰船装备故障分析[J]. 舰船电子工程,2007,27(1):180-182.
HUANG AOLIN, YE LINGJUN. Equipments malfunction onalysis based on Weibull distribution[J]. Ship Electronic Engineering, 2007, 27(1):180-182.(in Chinese)

[12] 赵德让,刘瑞元. 三参数威布尔分布参数估计的合理性[J]. 青海师范大学学报:自然科学版,2002,3(3):7-9.
ZHAO DERANG, LIU RUIYUAN. Reliable application of three parameter weibull distribution[J]. Journal of Qinghai Normal University:Natural Science, 2002, 3(3):7-9.(in Chinese)

Analysis of On-Duty Missiles Reliability Based on Random Censoring

TANG Jia-yu[a], ZHAO Jian-yin[b]

(Naval Aeronautical and Astronautical Institute a. Students' Brigade;
b. Department of Ordnance Science and Technology, Yantai Shandong 264001, China)

Abstract: Considering the obvious differences between on-duty state and storage in warehouse, the reliability of missiles on duty should be specially discussed. The data collected from some on-duty missile was processed based on survival ratio method. And exponential distribution model and Weibull distribution model of three parameters were used for fitting and it's verified that Weibull distribution model of three parameters worked better.

Key words: on-duty missile reliability; random censoring; Weibull distribution; residual ratio method