

一种新的并行检测算法下的信道分组方法

张海波¹, 田文飏¹, 臧之和², 刘又铭³, 李廷军¹

(1. 海军航空大学, 山东 烟台 264001; 2. 烟台华乐置业有限公司, 山东 烟台 264000;
3. 92863 部队, 山东 青岛 266001)

摘要:在发射天线数为 N_T 、接收天线数为 N_R 的 MIMO 系统中, 并行检测算法可达到最优的检测性能, 但现有系统中用到的信道分组方法是计算 N_T 次矩阵广义逆来完成信道分组, 随着天线数量的不断增加, 矩阵求逆计算量会快速增加, 从而进一步加剧并行检测算法计算复杂度。针对该问题, 文章证明了: 在并行检测算法中, 只须一次矩阵广义逆的计算即可完成信道分组。仿真结果表明, 应用新的信道分组方法的格归约并行检测算法的性能不变。

关键词:MIMO 系统; 并行检测; 信道分组; 格归约

中图分类号:TN911

文献标志码:A

无论将要部署的 5G 技术还是当前主流的 4G 技术, MIMO 都是其核心技术之一。其特点是在不增加带宽的情况下, 可极大地提高频谱利用效率并大幅度增加系统容量^[1-9]。

在发射天线数为 N_T 、接收天线数为 N_R 的 MIMO 无线通信系统中, 检测技术一直都是重点研究内容之一。总的来说, MIMO 检测算法可以分为 2 大类: 一类是仅利用信道信息对接收到的信号进行处理获取发送信息; 另一类是基于信号参考点与信道信息相结合的方式获取发送信息。第一类算法主要有线性检测算法和 SIC 检测算, 其特点是计算复杂度低, 但相比最优的最大似然检测算法, 性能差距较大。第二类算法在第一类的基础上引入了参考信号点的方法, 可以大幅度提高检测性能, 甚至达到最优的 ML 算法的性能。但其缺陷在于随着收发天线数量的增加, 计算复杂度也快速增加, 因而应用范围受限^[10-13]。文献[14-16]中提出了采用格归约(Lattice Redction)的并行检测算法, 有效降低了计算复杂度, 并且检测性能仍能接近 ML 算法的性能。在第二类算法中, 由于参考信号点选取都是独立的, 可以同时进行计算, 因而这类算法又称作并行检测算法。

上述第二类算法, 信道分组起着重要的作用。信道条件好的子信道在保证检测性能的条件下, 可以用较少的数量的参考信号点; 而对于条件差的信号的信道可采用较多的参考点进行检测。现有的算法中, 信道分组普遍采用基于矩阵的求逆完成的, 矩阵的求逆需要大量的迭代运算, 随着天线数量增加, 这一过程

意味着需要耗费大量的计算资源^[17-18], 因而限制了并行检测算法的应用。

针对这一问题, 本文提出了一种改进的信道分组算法, 相比现有的算法, 仅需要一次矩阵求逆即可, 且检测性能不变, 提高了现有并行检测算法的计算效率。

1 信道分组方法

MIMO 检测算法中多次求矩阵的广义逆其目的是为了寻找信道矩阵 H 中的接近正交的列向量, 这是由于信道矩阵是否正交对检测算法的性能有重要而直接的影响。根据酉矩阵的定义可知: 如果信道矩阵 H 是一个酉矩阵, 则 $H^H H = I$, 并且对于 ZF 线性检测算法而言其检测性能等同于 ML 算法的性能。然而, 对于信道而言, 多次求矩阵的广义逆从而排序对信道矩阵 H 的列向量的正交性并无影响。

1.1 信道矩阵的正交性分析

一个矩阵是否接近正交可以由正交缺陷(Orthogonality Defect)的概念来定义。

当前有正交缺陷的定义有 2 种, 在文献[19]中的定义为:

$$\xi_i(H) = \frac{\prod_{i=1}^{N_T} \|h_i\|}{\sqrt{\det(H^H H)}} \quad (1)$$

还可以定义为:

收稿日期: 2019-05-13; 修回日期: 2019-06-01

基金项目: 国家自然科学基金资助(41606117, 41476089, 61671016)

作者简介: 张海波(1983-), 男, 讲师, 博士。

$$\xi_2(\mathbf{H}) = 1 - \frac{\det(\mathbf{H}^H \mathbf{H})}{\prod_{i=1}^{N_T} \|\mathbf{h}_i\|^2} \quad (2)$$

式(1)、(2)中： \mathbf{h}_i 是 \mathbf{H} 的列向量； N_T 是发射天线数。

通常来讲， $\xi_1(\mathbf{H})$ 和 $\xi_2(\mathbf{H})$ 越小信道矩阵就越接近酉矩阵。比较式(1)、(2)可以发现2种定义中都有相同的项：

$$T_1 = \prod_{i=1}^{N_T} \|\mathbf{h}_i\| \quad (3)$$

以及

$$T_2 = \det(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \quad (4)$$

依据以上概念，可以对最优的排序后的信道矩阵和格归约算法处理后的信道矩阵的正交性进行研究。在此，可以得到2个推论。

推论1:最优排序并不能改变信道矩阵的正交性。

证明:信道矩阵可以表示为列向量的组的形式：

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{N_T}] \quad (5)$$

经过多次求逆后可以表示为：

$$\mathbf{H}' = [\mathbf{h}_{k_1}, \mathbf{h}_{k_2}, \dots, \mathbf{h}_{k_i}, \dots, \mathbf{h}_{k_{N_T}}] \quad (6)$$

式(6)中， k_i 表示列向量 \mathbf{h} 在原来 \mathbf{H} 中的位置。

根据式(3)可以得到：

$$T'_1 = \prod_{i=1}^{N_T} \|\mathbf{h}_{k_i}\| = \|\mathbf{h}_{k_1}\| \|\mathbf{h}_{k_2}\| \dots \|\mathbf{h}_{k_{N_T}}\| \quad (7)$$

根据式(5)可以得到：

$$T'_1 = \|\mathbf{h}_1\| \|\mathbf{h}_2\| \dots \|\mathbf{h}_{N_T}\| = \prod_{i=1}^{N_T} \|\mathbf{h}_i\| \quad (8)$$

比较式(7)和式(8)，由于 $\|\cdot\|$ 运算与顺序无关，可以得到：

$$T'_1 = T_1 \quad (9)$$

根据式(4)，可以定义：

$$T'_2 = \det((\mathbf{H}')^H (\mathbf{H}')) \quad (10)$$

以及

$$T_2 = \det(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \quad (11)$$

根据矩阵理论的知识可知：如果交换一个矩阵的任意2列(行)，则其行列式的值改变。则对于排序后的矩阵 \mathbf{H}' ，有：

$$\begin{aligned} T'_2 &= \det((\mathbf{H}')^H) \det(\mathbf{H}') = \\ & [(-1)^m \det(\mathbf{H}^H)] \cdot [(-1)^m \det(\mathbf{H})] = \\ & (-1)^{2m} \det(\mathbf{H}^H) \det(\mathbf{H}) = \det(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) = T_2 \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)中， m 是向量的交换次数，且 $m \in [1, N_T]$ 。

不论采用哪种正交缺陷的定义，根据式(9)、(12)都可以得出：传统的信道矩阵多次求逆不会改变信道矩阵的正交性。

推论2:格归约算法可以改进信道矩阵的正交性。

证明:使 $\tilde{\mathbf{H}}$ 代表信道矩阵 \mathbf{H} 应用格归约后边的矩阵，并且两者之间的关系可以表示为：

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{Y} \quad (13)$$

式(12)中， \mathbf{Y} 是一个 $N_T \times N_T$ 的单模矩阵，其中的元素是复整数。

令 $\tilde{\mathbf{h}}_i$ 代表 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的列向量，则 $\tilde{\mathbf{H}}$ 可以写成：

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{\mathbf{h}}_1, \tilde{\mathbf{h}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{h}}_i, \dots, \tilde{\mathbf{h}}_{N_T}] \quad (14)$$

根据式(3)有

$$T''_1 = \prod_{i=1}^{N_T} \|\tilde{\mathbf{h}}_i\| \quad (15)$$

相比原来信道矩阵 \mathbf{H} 中的列向量，经过格归约算法处理后的列向量长度变小，即

$$\|\tilde{\mathbf{h}}_i\| \leq \|\mathbf{h}_i\| \quad (16)$$

从而可以推出：

$$T''_1 = \prod_{i=1}^{N_T} \|\tilde{\mathbf{h}}_i\| \leq T_1 = \prod_{i=1}^{N_T} \|\mathbf{h}_i\| \quad (17)$$

同理，根据式(4)有：

$$T''_2 = \det(\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}}) \quad (18)$$

然后，可以得到：

$$T_2 = \det(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) = \det((\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{T})^H (\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{T})) \quad (19)$$

此处，矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的列向量并没有发生交换，因此有：

$$\begin{aligned} \det((\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{T})^H (\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{T})) &= \det(\mathbf{T}^H \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{T}) = \\ & \det^2(\mathbf{T}) \det(\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}}) = \det(\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}}) \end{aligned} \quad (20)$$

最终可以得到：

$$T''_2 = T_2 \quad (21)$$

综合式(1)、(2)和式(17)，可以得出：应用格归约之后的算法可以改进信道矩阵的正交性。上述推导的过程中，都是以复矩阵为基础进行的，因而该结论也适用于复数域。

1.2 信道分组原理

通过以上结论可知，虽然信道矩阵求广义逆可以完成信道分组的功能，但是对矩阵的正交性没有影响，而格归约算法可以改善信道矩阵列向量的正交。两者之间相互独立。

对ML和并行检测类算法而言,其本质是通过遍历一定数量的参考信号点完成检测过程。ML算法因遍历了所有的点。因此,在检测过程中不用考虑噪声的影响,而并行检测算法因参考点的数量远小于ML算法。故需要考虑噪声的影响,从而可以获得接近ML算法的性能,同时复杂度在可以接受的范围内^[12]。

无论是并行检测算法还是其他的次优的非并行类检测算法,其均衡滤波器的作用是压制MIMO系统各子信道之间的相互干扰^[12-13]。下面通过对复杂度最低的ZF准则下的均衡滤波器的研究推出本文的信道分组方法。

对于ZF准则下的线性检测算法其估计误差协方差矩阵与信道矩阵 \mathbf{H} 之间存在以下关系:

$$E[(\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x})^H] = E[(\mathbf{G}\mathbf{n})(\mathbf{G}\mathbf{n})^H] = \sigma_n^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}. \quad (22)$$

式(22)中: \mathbf{x} 代表发送端发送的信号矢量; $\hat{\mathbf{x}}_{ZF}$ 代表接收端估计得到的信号矢量; \mathbf{G} 是ZF准则下的信道增益逆矩阵; \mathbf{n} 代表噪声矢量。

证明:一个典型的MIMO系统可写成:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (23)$$

式(23)中: \mathbf{y} 是接收端接收到的信号矢量; \mathbf{H} 是信道矩阵; \mathbf{x} 是发送端发送的信号矢量; \mathbf{n} 是噪声矢量,其元素是满足独立同分布零均值方差为 σ_n^2 的高斯分布的随机变量,且 $E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ 。

基于ZF准则的线性检测算法有:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\mathbf{y} = \mathbf{G}(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}) = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{n}. \quad (24)$$

式(23)中, \mathbf{G} 代表信道的矩阵的广义逆 $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$ 。

令

$$\mathbf{n}_{ZF} = [(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H] \cdot \mathbf{n}, \quad (25)$$

根据式(24)有:

$$\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} = \mathbf{n}_{ZF}. \quad (26)$$

估计误差协方差矩阵可以表示为:

$$E[(\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_{ZF} - \mathbf{x})^H] = E[(\mathbf{n}_{ZF})(\mathbf{n}_{ZF})^H]. \quad (27)$$

将式(25)代入式(27),有:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{n}_{ZF} \mathbf{n}_{ZF}^H] &= \sigma_n^2 \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \cdot \left((\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \right)^H \right] = \\ &= \sigma_n^2 \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H} \left((\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right)^H \right] = \\ &= \sigma_n^2 \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \left(\mathbf{H}^H (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right)^H \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

简化之后,可以得到:

$$E[\mathbf{n}_{ZF} \mathbf{n}_{ZF}^H] = \sigma_n^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}. \quad (29)$$

证明完毕。

有了式(29)的结论之后,对其进行奇异值分解有:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H. \quad (30)$$

式(30)中: \mathbf{H} 是一个酉矩阵; $\mathbf{\Sigma}$ 是对角矩阵; \mathbf{V} 是酉矩阵。

根据式(30)可进一步得到:

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V}^H. \quad (31)$$

将式(31)代入式(29)中,可以得到:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{n}_{ZF} \mathbf{n}_{ZF}^H] &= \sigma_n^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} = \\ &= \sigma_n^2 (\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V}^H)^{-1} = \sigma_n^2 \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-2} = \sigma_n^2 \mathbf{V} \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{V}^H. \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)中, $\mathbf{\Sigma}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\sigma_r^2} \end{bmatrix}$,且 $r = \text{rank}(\mathbf{H})$ 。

通常,对于一个 $N_T \times N_R$ 的MIMO系统,一般满足 $N_T \leq N_R$,因此, $r = \text{rank}(\mathbf{H}) = N_T$ 。从式(32)可以看出 $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$ 对角元素反映了 $E[\mathbf{n}_{ZF} \mathbf{n}_{ZF}^H]$ 对角元素的大小,并且其对角元素均为实数。因此,可以 $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$ 主对角线上的元素为依据对信道进行分组,也就是说只需要计算一个 $N_T \times N_T$ 的方阵 $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 的逆即可。

设一个 $N_T \times N_R$ 的矩阵其计算一次广义逆的复杂度为 C ,则传统的信道分组计算复杂度的为 $N_T \times C$,也就是说新的方法计算量减少到了原来的 $1/N_T$ 。考虑到广义逆的计算是一个不断迭代的过程,相同硬件条件下,在计算过程中需要耗费大量的时间,新方法计算量的减少不仅体现在计算量上还体现在大量减少迭代的次数上。

2 性能分析

文献[14-16]中已证明,基于信道分组的并行格归约并行检测算法有更好的性能和更低的计算复杂度。因此,本节通过性能仿真的方式分析信道的信道分组方法对原有基于格归约的并行检测算法性能的影响,如图1~4所示。在图1、2中,LRAP-ZF-QR和LRAP-MMSE-QR代表文献[14-16]中的格归约辅助的并行检测算法。LRAP-ZF-QR2和LRAP-MMSE-QR2代表本文提出的基于新的信道分组的归约辅助的并行检测算法。图3、4给出了 8×8 的MIMO系统下,采

用16QAM和64QAM调制时的性能仿真。通过性能仿真可以得出,基于本文提出的信道分组检测算法并没有降低检测性能,2种性能几乎一致。

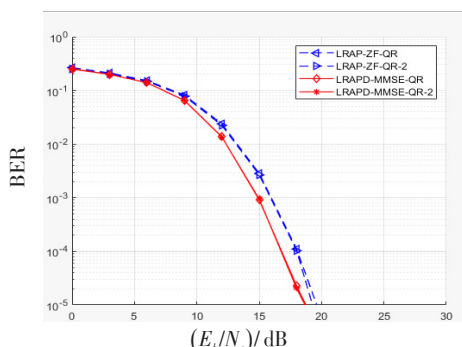


图1 16QAM 6×6MIMO 系统下性能仿真

Fig.1 Performance simulation for 16QAM 6×6MIMO system

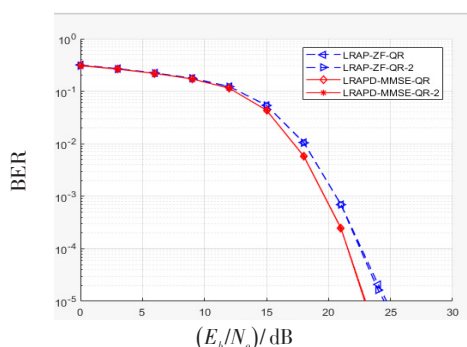


图2 64QAM 6×6MIMO 系统下性能仿真

Fig.2 Performance simulation for 64QAM 6×6MIMO system

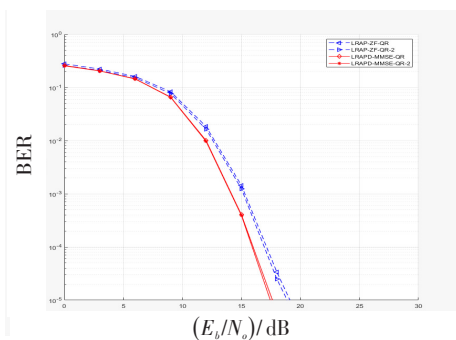


图3 16QAM 8×8MIMO 系统下性能仿真

Fig.3 Performance simulation for 16QAM 8×8MIMO system

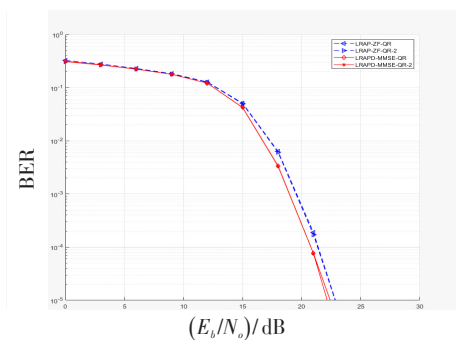


图4 64QAM 8×8MIMO 系统下性能仿真

Fig.4 Performance simulation for 64QAM 8×8 MIMO system

3 结论

本文提出了一种新的信道分组方法,从信道正交性的概念入手,证明了对基于格规约的MIMO并行检测算法,只需要一次矩阵求逆即可完成信道分组。通过16QAM和64QAM下的6×6和8×8MIMO系统的性能仿真证明:相同条件下,采用改进的信道分组方法的检测算法可以较低的计算复杂度取得相同的检测性能,并且仍能获得接近ML检测算法的性能。后续将进一步的研究能否不需要矩阵求逆而完成信道分组的方法。

参考文献:

- [1] LI LI, ZHANG TIAN, HU GUIJUN. Complex lattice reduction aided detection for mode-division multiplexing systems with mode dependent loss and differential mode group delay[J]. Optics Communications, 2019, 442(7): 65-70.
- [2] WEI ZHANG, ZHIMIN ZHANG, LIN QI, et al. Lattice-reduction-aided signal detection in spatial multiplexing MIMO-GFDM systems[J]. Physical Communication, 2019, 33(4): 71-77.
- [3] PARVEZ SHAIK, PRAVEEN K SINGYA, VIMAL BHATTIA. Performance analysis of QAM schemes for non-regenerative cooperative MIMO network with transmit antenna selection[J]. AEUE- International Journal of Electronics and Communications, 2019, 9(7): 298-306.
- [4] KHAWLA A ALNAJJAR, MOHAMED EL TARHUNI. A C-V-BLAST spread spectrum massive MIMO NOMA scheme for 5G systems with channel imperfections[J]. Physical Communication, 2019, 35(8): 107-110.
- [5] FATEMEH REZAEI, ALIAKBAR TADAION. Multi-layer beam forming in uplink/downlink massive MIMO systems with multi-antenna users[J]. Signal Processing, 2019, 10(17): 164-170.
- [6] SHOICHI HIGUCHI, CHANG JUN AHN. Reduced complexity and latency for a massive MIMO system using a parallel detection algorithm[J]. ICT Express, 2017, 3(9): 119-123.
- [7] LIN SHAO. Coordinated multicell beamforming and power allocation for massive MIMO: a large system analysis [J]. Signal Processing, 2019, 164(11): 41-47.
- [8] FUXI WEN, HENK WYMEERSCH, BILE PENG, et al. A survey on 5G massive MIMO localization[J]. Digital

- Signal Processing, 2019, 12(5):56-61.
- [9] 伍株仪. 5G Massive MIMO 技术[J]. 电子技术与软件工程, 2019, 8(8):49-50.
WU ZHUYI. 5G Massive technology[J]. Electronic Technology & Software Engineering, 2019, 8(8):49-50. (in Chinese)
- [10] 王芮, 朱唯唯, 张家庆, 等. MIMO 系统中一种改进的 ZF-OSIC 信号检测算法[J]. 信息技术, 2017, 13(4):165-168.
WANG RUI, ZHU WEIWEI, ZHANG JIAQING, et al. An improved ZF-OSIC algorithm for MIMO detection[J]. Information Technology, 2017, 13(4):165-168. (in Chinese)
- [11] 张瑞欣, 曹海燕, 谢时易, 等. 多小区 Massive MIMO 系统低复杂度 ZF 线性检测算法[J]. 通信技术, 2017, 50(10):2250-2254.
ZHANG RUIXIN, CAO HAIYAN, XIE SHIYI, et al. Low-complexity ZF linear detection algorithm for, multi-cell Massive MIMO system[J]. Communications Technology, 2017, 50(10):2250-2254. (in Chinese)
- [12] 方娟. MIMO 系统并行检测算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2011.
FANG JUAN. Research on parallel detection algorithms for MIMO systems[D]. Xi'an: Xidian University, 2011. (in Chinese)
- [13] 熊聪. V-BLAST 系统近似最优检测算法研究[D]. 北京:北京邮电大学, 2010.
XIONG CONG. Research on algorithms for near-optimal detection for V-BLAST systems[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications. (in Chinese)
- [14] 芮国胜, 张海波, 田文飏, 等. MMSE 准则下近似最优 MIMO 分组并行检测算法[J]. 电子学报, 2013, 41(10):1881-1887.
RUI GUOSHENG, ZHANG HAIBO, TIAN WENBIAO, et al. A near-optimal parallel detection algorithm based on channel partition and MMSE criterion[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(10):1881-1887. (in Chinese)
- [15] 芮国胜, 张海波, 田文飏, 等. 基于 MMSE 的近似最优 Lattice Reduction 辅助线性并行检测算法[J]. 航空学报, 2013, 34(8):1898-1905.
RUI GUOSHENG, ZHANG HAIBO, TIAN WENBIAO, et al. A near-optimal Lattice Reduction aided linear parallel detection algorithm based on MMSE[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(8):1898-1905. (in Chinese)
- [16] 芮国胜, 张海波, 张洋, 等. 接近最优检测性能的低复杂度线性并行 MIMO 检测算法[J]. 通信学报, 2013, 34(2):8-14.
RUI GUOSHENG, ZHANG HAIBO, ZHANG YANG, et al. Low complexity linear parallel detection algorithm for near ML detection of MIMO systems[J]. Journal on Communications, 2013, 34(2):8-14. (in Chinese)
- [17] 华权. 基于矩阵求逆化简的低复杂度大规模 MIMO 系统信号检测算法研究[D]. 重庆:重庆邮电大学, 2017.
HUA QUAN. A linear signal detection based on simplified matrix inversion massive MIMO system[D]. Chongqing: Chongqing University of Posts and Telecommunications, 2017. (in Chinese)
- [18] 申滨, 华权, 王倩, 等. 基于矩阵求逆化简的大规模 MIMO 系统线性信号检测[J]. 北京:北京邮电大学学报, 2016, 39(6):77-81. (in Chinese)
SHEN BIN, HUA QUAN, WANG QIAN, et al. Linear signal detection based on simplified matrix inversion in massive MIMO systems[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2016, 39(6):77-81. (in Chinese)
- [19] MA X, ZHANG W. Performance analysis for MIMO systems with lattice-reduction[J]. IEEE Transactions on Communication, 2008, 56(7):309-318.

(下转第 302 页)