

基于短时分数阶傅里叶变换的含噪信号特征提取

郝田义¹, 薛永华², 郑志刚³

(1. 中国飞行试验研究院, 西安 710089; 2. 海军航空大学, 山东 烟台 264001;
3. 上海久航电子有限公司, 上海 610092)

摘要:通过对比噪声背景下短时傅里叶变换和短时分数阶傅里叶变换的时频分辨能力,进一步明确了短时分数阶傅里叶变换对频率时变信号的独特优势。研究了短时分数阶傅里叶变换的窗口滑动方式对瞬时频率估计的影响,可以发现:首先,在调频率较大或是变化剧烈时,短时分数阶傅里叶变换具有更好的鲁棒性;其次,在基于短时分数阶傅里叶变换的瞬时频率估计,实际应用中应主要采用以第一采样时刻作为估计值的逐点滑动方式。

关键词:短时分数阶傅里叶变换;瞬时频率估计;特征提取;含噪信号

中图分类号: TN911

文献标志码: A

短时傅里叶变换作为一种较为成熟的时频分析工具,由于其运算快捷,时频分辨率较高,且无交叉项干扰而倍受研究学者的青睐^[1-5]。但是短时傅里叶变换在处理调频信号时随着信号调频率变化率的增大,在时频分辨率上会变得模糊。

在信号处理中,当利用短时傅里叶变换对调频信号进行瞬时频率估计时,就有可能出现估计精度不高的问题。而将分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)^[6-9]引入短时傅里叶变换后得到的短时分数阶傅里叶变换(STFRFT)^[10],由于将非线性调频信号进行短时截取,当窗函数选择合理时,截取后的每一段区间信号可以近似看作线性调频信号,利用分数阶傅里叶变换对线性调频信号的高度时频聚集性,

可以较为容易地获得非线性调频信号的高时频分辨结果。因此,短时分数阶傅里叶变换可以起到提高非线性调频信号时频估计精度的效果^[10-19]。因此,本文从噪声背景下短时分数阶傅里叶变换的时频分辨能力仿真分析入手,研究了短时分数阶傅里叶变换滑窗方式与瞬时频率估计的关系。

1 时频分辨能力

1.1 理论

分数阶傅里叶变换定义式为^[6]:

$$\text{FRFT}_\alpha(u) = \int s(t) K_\alpha(t, u) dt \quad (1)$$

式(1)中: α 为变换角度; $K_\alpha(t, u)$ 为变换核。

$$K_\alpha(t, u) = \begin{cases} A_\alpha \exp(j\pi(t^2 \cot \alpha + u^2 \cot \alpha - 2tu \csc \alpha)) & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u) & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u) & \alpha = 2n\pi \pm \pi \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中, $A_\alpha = \sqrt{1-j \cot \alpha}$ 。

FRFT 是传统傅里叶变换的广义形式。利用 FRFT 的这一特点,对短时傅里叶变换进行广义化,可以得到 STFRFT,其定义式为^[10]:

$$\text{STFRFT}_\alpha(t, u) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot Y(\tau-t) \cdot K_\alpha(\tau, u) d\tau \quad (3)$$

设线性调频信号 $s(t) = \exp(j2\pi(f_0 t + \frac{1}{2}\mu t^2))$, 高

斯型窗函数 $Y(t) = \exp(-\frac{t^2}{2\sigma^2})$, 其中, σ 为高斯窗的标淮差。则从文献[15]可以发现:STFRFT 与 STFT 对线性调频信号的时频分辨能力差异主要是由 STFT 中的 $4\pi^2\sigma^4\mu^2$ 项引起,且随着调频率 μ 的增大,STFT 对于能量的聚集性减弱,频率分辨效果变差,而 STFRFT 的频域分辨能力则不受调频率 μ 的限制。

收稿日期: 2018-12-16; 修回日期: 2019-06-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61471382)

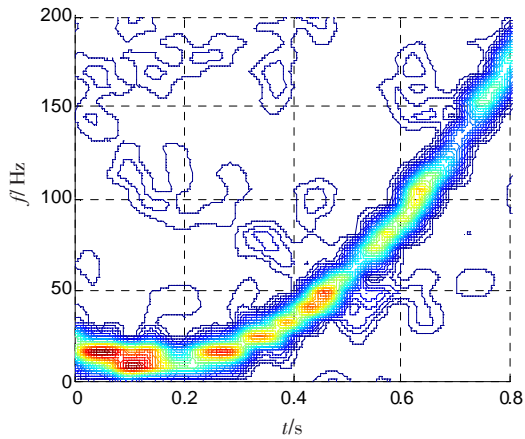
作者简介: 郝田义 (1987-), 男, 工程师, 硕士。

1.2 仿真

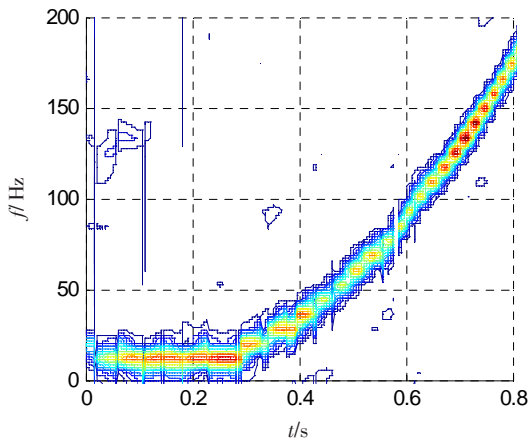
仿真信号为:

$$S(t) = \exp(j2\pi(f_0t + 170t^3 - 100t^2)) + N(t) \quad (4)$$

式(4)中:初始频率 f_0 ; 采样时间为 1 s; 采样频率为 1 024 Hz; 窗函数采用高斯窗, 窗长为 0.125 s; 滑动步长为 1 个采样周期; $N(t)$ 为均值为 0 的高斯白噪声, 信噪比为 -4 dB, 分别对信号进行含噪情况下的短时傅里叶变换和短时分阶傅里叶变换, 提取的时频分析谱图如图 1 所示。



a)STFT



b)STFRFT

图1 SNR=-4 dB 条件下 STFRFT 与 STFT 的时频分辨能力对比

Fig.1 Time-frequency resolution comparison between STFRFT and STFT with SNR = -4 dB

从图 1 中可以看出, 在信噪比为 -4 dB 时, STFT 和 STFRFT 都能够保持良好的时频聚集性, 但较高的聚集性主要体现在频率变化率较低的部分(如图 1 中的 0~0.2 s)。在频率变化率较高的时间段(如图 1 中的 0.6~0.8 s), STFT 的能量峰值有所减弱, 时频聚集性减弱, 而 STFRFT 在频率变化率较高的时间段, 时

频聚集性仍然保持较好。纵观整个时频谱图, 由于 STFRFT 的良好鲁棒性, 使得待测信号在含噪声条件下仍然能够获得很好的能量聚集性, 反映在时频谱图中的噪点更少。由此可知, STFRFT 在抗噪声性能方面比 STFT 更为出色。

2 基于 STFRFT 的瞬时频率估计的滑窗方式分析

对于非线性调频信号在经过短时分阶傅里叶变换时, 可以认为其在短时窗内是近似线性调频信号, 如图 2 所示, 以此实现对非线性调频信号的瞬时频率估计^[13]。

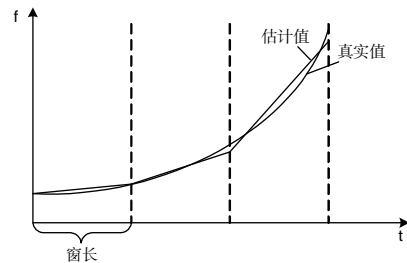


图2 STFRFT 对非线性调频信号的瞬时频率估计

Tab.2 Instantaneous frequency estimation of non-linear FM signal using STFRFT

2.1 滑动方式选择

在进行短时分阶傅里叶变换的过程中, 为获得某一采样时刻的瞬时频率估计值, 需要将短时窗沿时间轴进行滑动。对于短时分阶傅里叶变换, 其短时窗滑动可以有 3 种不同方式。采用不同的滑动方式将会导致不同的瞬时频率估计效果。

1) 无重叠滑动方式。当采用无重叠滑动的方式进行瞬时频率估计时, 窗函数在整个时间段内每次滑动一个窗长, 各窗长之间不发生重叠。每进行一次滑动, 通过在短时窗内进行的分数阶傅里叶变换就会相应的得到该时间段内的一组瞬时频率估计值:

$$\hat{f}(t) = \hat{f}_0(\tau) + \mu(t - \tau), \quad (5)$$

式中, τ 为短时窗的初始时刻, 由此可以得到每个采样时刻的瞬时频率估计值。

2) 逐点滑动方式。当采用逐点滑动的方式进行瞬时频率估计时, 窗函数在整个时间段内进行有重叠的滑动取值, 每进行一次滑动, 短时窗向后滑动一个采样点, 对短时窗内的信号利用短时分阶傅里叶变换进行瞬时频率估计, 将瞬时频率估计值 $\hat{f}(t)$ 作为 t 时刻的瞬时频率估计值, t 时刻可以是窗函数的第一采样时刻或者中间采样时刻。采用不同采样时刻进

行滑动时,估计精度有所不同。当采用中间采样时刻时,为达到进行分数阶傅里叶变换的采样点数要求,我们还需要在信号起始阶段进行向前补零处理。

3)逐点滑动计算平均值方式。当采用逐点滑动计算平均值的方式进行瞬时频率估计时,窗函数在整个时间段内进行有重叠的滑动取值,每进行一次滑动,通过在短时窗内进行的分数阶傅里叶变换就会相应的得到该时间段内的一组瞬时频率估计值 $\hat{f}(t)$ 。当某一时刻的信号参与了 n 次短时分数阶傅里叶变换,就会得到 n 个不同 $\hat{f}(t)$ 和 μ , 对其取平均值得到 $\overline{\hat{f}(t)}$, 其表达式为:

$$\overline{\hat{f}(t_1)} = \text{avg} \begin{pmatrix} \hat{f}(t_1) = \hat{f}_{01}(\tau_1) + \mu_1(t_1 - \tau_1) \\ \hat{f}(t_1) = \hat{f}_{02}(\tau_2) + \mu_2(t_1 - \tau_2) \\ \vdots \\ \hat{f}(t_1) = \hat{f}_{0n}(\tau_n) + \mu_n(t_1 - \tau_n) \end{pmatrix} \quad (6)$$

2.2 仿真

非线性调频信号各项参数与之前保持不变,仿真分别采用无重叠滑动、逐点滑动和逐点滑动取平均值3种方式进行,其中逐点滑动区分以第一采样时刻作为估计值和以中间采样时刻作为估计值2种情况,其瞬时频率估计精度如表1所示。

表1 不同滑动方式下的瞬时频率估计精度对比

Tab.1 Comparison of instantaneous frequency estimation error using different moving-windows

滑动方式	平均误差/Hz
无重叠滑动	3.474 6
逐点滑动(第一采样时刻)	0.008 3
逐点滑动(中间采样时刻)	0.339 5
逐点滑动取平均值	92.581 0

从表1数据可以看出,采用第一采样时刻作为估计值的逐点滑动方式在众多滑动方式中对瞬时频率估计的精度最高,其次为采用中间时刻作为估计值的逐点滑动方式。无重叠滑动方式和逐点滑动取平均值的方式并不能取得预期的高瞬时频率估计精度,特别是逐点滑动取平均值的方式,在利用其对信号频率变化较剧烈的非线性调频信号进行瞬时频率估计时,可能反而会减弱瞬时频率估计精度,造成瞬时频率估计的误差。因此,并不适用于处理非线性调频信号。

3 结论

本文利用STFT作对比,首先从理论和仿真两方面分析了高斯噪声背景下的STFRFT时频分辨能力;

然后,研究了STFRFT窗口滑动方式对瞬时频率估计的影响,可以发现:①STFRFT在抗噪声性能方面比STFT更为出色,尤其是在调频率较大或是变化剧烈时;②采用第一采样时刻作为估计值的逐点滑动方式在众多滑动方式中对瞬时频率估计的精度最高。因此,实际应用中,应主要采用该种滑动窗口方式。

参考文献:

- [1] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京:国防工业出版社,2001:20-26.
ZHANG XIANDA, BAO ZHANG. Analysis and processing of nonstationary signal[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001: 20-26. (in Chinese)
- [2] 迟华山,王红星,郭奇,等. 短时傅里叶变换在线性调频信号时频滤波中的应用[J]. 电讯技术,2012,52(2):155-159.
CHI HUASHAN, WANG HONGXING, GUO QI, et al. Application of STFT in time-frequency filtering of LFM signals[J]. Telecommunication Engineering, 2012, 52(2): 155-159. (in Chinese)
- [3] SOO CHANG PEI, SHIH GU HUANG. STFT with adaptive window width based on the chirp rate[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(8):4065-4080.
- [4] KWOK H K, JONES D L. Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(10):2964-2972.
- [5] 杜放辉,骆海涛,艾东生,等. 基于全极点滑动窗离散短时傅里叶变换的解调[J]. 探测与控制学报, 2013, 35(5):61-64.
DU FANGHUI, LUO HAITAO, AI DONGSHENG, et al. All-pole moving-windows DSTFT-based PCM/FM demodulation method[J]. Journal of Detection & Control, 2013, 35(5):61-64. (in Chinese)
- [6] 陶然,邓兵,王越. 分数阶傅里叶变换理论及应用[M]. 北京:清华大学出版社,2009:18-24.
TAO RAN, DENG BING, WANG YUE. Fractional Fourier transform and its applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 18-24. (in Chinese)
- [7] SEJDIC E, DJUROVIC I, STANKOVIC L. Fractional fourier transform as a signal processing tool: an overview of recent developments[J]. Signal Processing, 2011, 91(6):1351-1369.
- [8] QI LIN, TAO RAN, ZHOU SIYONG, et al. Detection

- and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional Fourier transform[J]. Science in China: Information Science, 2004, 47(2): 184-198.
- [9] OZAKTAS H M, KUTAY M A, BOZDAGI G. Digital computation of the fractional Fourier transform and time-frequency representations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(11): 3084-3091.
- [10] TAO RAN, LI YANLEI. Short-time fractional Fourier transform and its applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2568-2580.
- [11] 李家强, 金荣洪, 耿军平, 等. 基于高斯短时分数阶傅里叶变换的多分量LFM信号检测与参数估计[J]. 电子信息学报, 2007, 29(3): 570-573.
LI JIAQIANG, JIN RONGHONG, GENG JUNPING, et al. Detection and estimation of multi-component LFM signals based on short-time fractional Fourier transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(3): 570-573. (in Chinese)
- [12] 李英祥, 肖先赐. 基于短时分数阶傅里叶变换域滤波的多项式相位信号时频检测[J]. 声学学报, 2003, 28(6): 545-549.
LI YINGXIANG, XIAO XIANCI. The use of short time fractional Fourier transform domain filtering method for multi-polynomial phase signals detection in low SNR condition[J]. Acta Acustica, 2003, 28(6): 545-549. (in Chinese)
- [13] 邓兵, 栾俊宝, 唐光胜. 基于短时分数阶傅里叶变换的瞬时频率估计误差分析[J]. 兵工学报, 2015, 36(11): 2104-2110.
DENG BING, LUAN JUNBAO, TANG GUANGSHENG. Error analysis of instantaneous frequency estimation based on short-time fractional Fourier transform[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(11): 2104-2110. (in Chinese)
- [14] 庞存锁, 刘磊, 单涛. 基于短时分数阶傅里叶变换的时频分析方法研究[J]. 电子学报, 2014, 42(2): 347-352.
PANG CUNSUO, LIU LEI, SHAN TAO. Time-frequency analysis method based on short-time fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(2): 347-352. (in Chinese)
- [15] 栾俊宝, 邓兵. 短时分数阶傅里叶变换对调频信号的时频分辨能力[J]. 电讯技术, 2015, 55(7): 773-778.
LUAN JUNBAO, DENG BING. Analysis on time-frequency resolving ability of short-time fractional Fourier transform to FM signal[J]. Telecommunication Engineering, 2015, 55(7): 773-778. (in Chinese)
- [16] BAI XIA, TAO RAN, LIU L J, et al. Autofocusing of SAR images using STFRFT-based preprocessing[J]. Electronics Letters, 2012, 48(25): 1622-1624.
- [17] 唐龙, 彭真明, 杨俊涛, 等. 基于STFrFT域无穷范数的CT图像边缘检测[J]. 光电工程, 2014, 41(7): 62-67.
TANG LONG, PENG ZHENMING, YANG JUNTAO, et al. CT image edge detection based on infinite norm of ST-FrFT domain[J]. Opto-Electronic Engineering, 2014, 41(7): 62-67. (in Chinese)
- [18] 王晓燕, 方世良, 朱志峰. 基于ST-FRFT的非合作水声脉冲信号检测方法[J]. 信号处理, 2011, 27(8): 1271-1278.
WANG XIAOYAN, FANG SHILIANG, ZHU ZHIFENG. Detection of non-cooperative underwater acoustic pulse signal based on ST-FRFT[J]. Signal Processing, 2011, 27(8): 1271-1278. (in Chinese)
- [19] 杨桂芹, 徐红莉, 唐铭卓. 基于短时分数阶傅里叶变换的语音增强算法[J]. 测控技术, 2011, 30(1): 42-44.
YANG GUIQIN, XU HONGLI, TANG MINGZHUO. Method for speech enhancement based on short-time fractional Fourier transform[J]. Measurement & Control Technology, 2011, 30(1): 42-44. (in Chinese)

(下转第309页)